

Chương I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§ 2. Phương trình lượng giác :

4. Phương trình đối xứng :

a. Dạng đối xứng :

$$a[\sin(\cdot) \pm \cos(\cdot)] + b \sin(\cdot) \times \cos(\cdot) = c$$

- Đặt $t = [\sin(\cdot) \pm \cos(\cdot)]$ đk: $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$
- Tính $t^2 = [\sin(\cdot) \pm \cos(\cdot)]^2 = 1 \pm 2 \sin(\cdot) \cos(\cdot)$
 $\Rightarrow \sin(\cdot) \cos(\cdot) = \pm \left(\frac{t^2 - 1}{2} \right)$
- Thế vào phương trình \Rightarrow phương trình bậc 2 theo t .
- Giải ra t , so lại điều kiện .
- Giải phương trình lượng giác $\Rightarrow x$.
- Lưu ý : $\sin(\cdot) \pm \cos(\cdot) = \sqrt{2} \sin\left(\cdot \pm \frac{p}{4}\right)$

Ví dụ : > **ptdxunggbt(1,1,-1,x,cong)** ;

" Cho phương trình : ", $\sin(x) + \cos(x) + \sin(x) \cos(x) = -1$

" Dat ", $t = \sin(x) + \cos(x)$, " dieu kien : ", $-\sqrt{2} \leq t, t \leq \sqrt{2}$

" Binh phuong 2 ve => ", $\sin(x) \cos(x) = \frac{t^2}{2} - \frac{1}{2}$

" The vao phuong trinh : "

$$\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{1}{2} = 0$$

" Rut gon : "

$$\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{1}{2} = 0$$

" Giai phuong trinh bac 2 theo t "

" Nghiem t thu nhat : t = ", -1

" Nghiem t thu hai : t = ", -1

" So lai dieu kien t "

" Nhan nghiem t thu nhat "

" Xet phuong trinh : ", $\sin(x) + \cos(x) = -1$

" Phuong trinh tuong duong ", $\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

" Hay : ", $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x + \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{4}\pi + 2k\pi$$

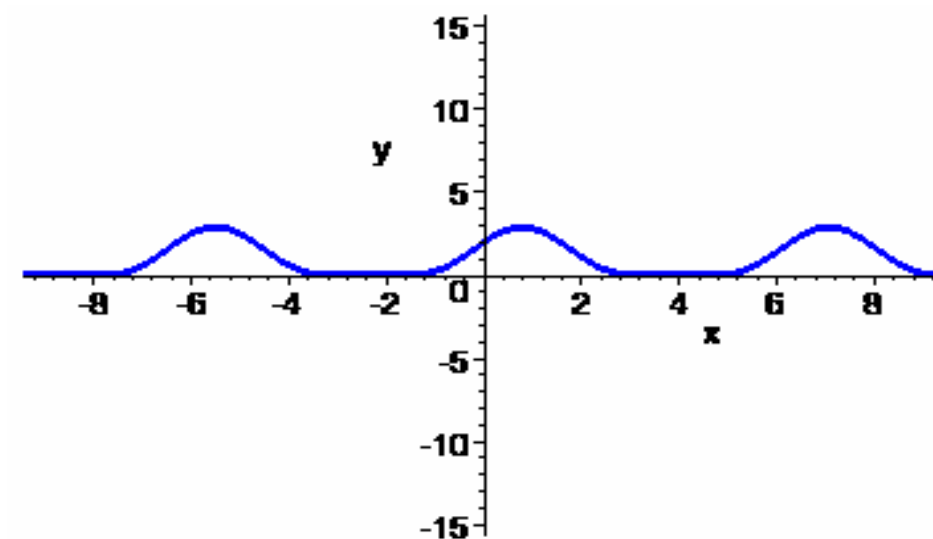
$$\{x = -\frac{1}{2}\pi + 2k\pi\}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{5}{4}\pi + 2k\pi$$

$$\{x = \pi + 2k\pi\}$$

KET THUC BAI TOAN GIAI PHUONG TRINH LUONG GIAC CO DIEN
Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com
hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4
> **vehams()**;

" Do thi ham so "



Ví dụ : > **ptdxunggbt(1,2,1,2*x,cong)**;

" Cho phuong trinh : ", $\sin(2x) + \cos(2x) + 2 \sin(2x) \cos(2x) = 1$

" Dat ", $t = \sin(2x) + \cos(2x)$, " dieu kien : ", $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$

" Binh phuong 2 ve => ", $\sin(2x) \cos(2x) = \frac{t^2}{2} - \frac{1}{2}$

" The vao phuong trinh : "

$$t^2 + t - 2 = 0$$

" Rut gon : "

$$t^2 + t - 2 = 0$$

" Giai phuong trinh bac 2 theo t "

" Nghiem t thu nhat : t = ", 1

" Nghiem t thu hai : t = ", -2

" So lai dieu kien t "

" Nhan nghiem t thu nhat "

" Xet phuong trinh : ", $\sin(2x) + \cos(2x) = 1$

" Phuong trinh tuong duong ", $\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

" Hay : ", $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{1}{4}\pi + 2k\pi$$

$$\{x = k\pi\}$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$$

$$\{x = \frac{1}{4}\pi + k\pi\}$$

" Nghiem t thu hai : t = ", -2, " khong thoa dieu kien "

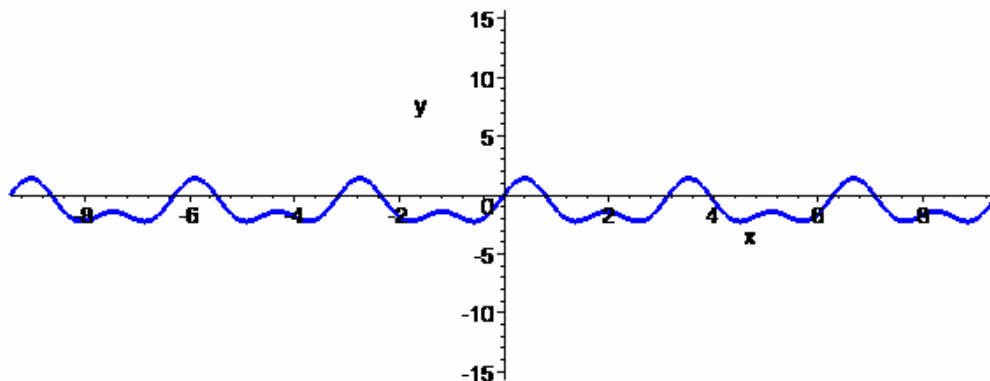
KET THUC BAI TOAN GIAI PHUONG TRINH LUONG GIAC CO DIEN

Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com

hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso()**;

" Do thi ham so "



Ví dụ : > **ptdxunggbt(2, -5, 2, x/2, tru)** ;

" Cho phương trình : ", $2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 2$

" Dat ", $t = \sin\left(\frac{x}{2}\right) - \cos\left(\frac{x}{2}\right)$, " điều kiện : ", $-\sqrt{2} \leq t, t \leq \sqrt{2}$

" Bình phương 2 vế => ", $\sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}$

" Thế vào phương trình : "

$$2t + \frac{5}{2}t^2 - \frac{9}{2} = 0$$

" Rut gọn : "

$$\frac{5}{2}t^2 + 2t - \frac{9}{2} = 0$$

REVIEWED

By COHONGTRAN at 7:30 am, Aug 17, 2011

" Giải phương trình bậc 2 theo t "

" Nghiệm t thứ nhất : t = ", 1

" Nghiệm t thứ hai : t = ", $\frac{-9}{5}$

" So lại điều kiện t "

" Nhan nghiệm t thứ nhất "

" Xét phương trình : ", $\sin\left(\frac{x}{2}\right) - \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 1$

" Phương trình tương đương ", $-\sqrt{2} \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

" Hay : ", $-\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{1}{4}\pi + 2k\pi$$

$$\{x = \pi + 4k\pi\}$$

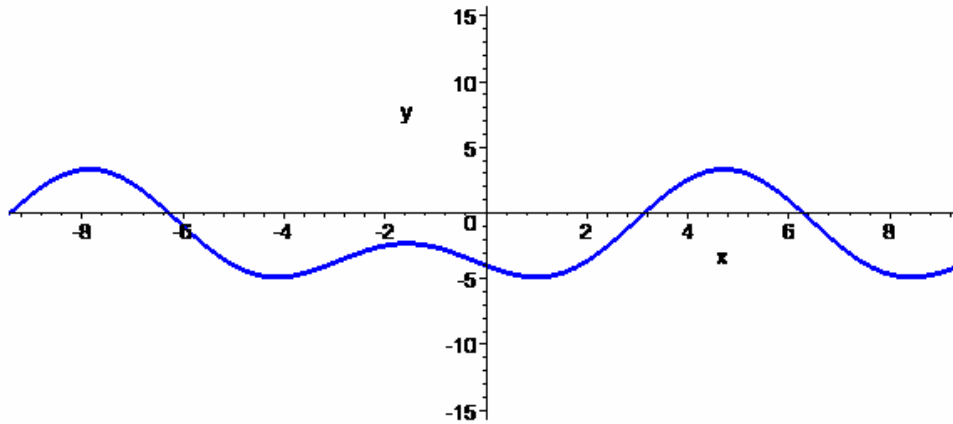
$$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$$

$$\{x = 2\pi + 4k\pi\}$$

" Nghiệm t thứ hai : t = ", $\frac{-9}{5}$, " không thỏa điều kiện "

Moi thac mac xin lien he :TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com
 hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4
 > **vehams()**;

" Do thi ham so "



b. Giải biện luận :

Ví dụ : > **ptdxunggbl(1,1,m-1,x,tru)**;

$$\sin(x) - \cos(x) + \sin(x) \cos(x) - m + 1 = 0$$

" A = ", -1

" B = ", $\sin(x) - \cos(x) + \sin(x) \cos(x) + 1$

" Ve do thi cua ham so y = ", $\sin(x) - \cos(x) + \sin(x) \cos(x) + 1$

 #####
 #####

" Cho phuong trinh : ", $\sin(x) - \cos(x) + \sin(x) \cos(x) = m - 1$

" Dat ", $t = \sin(x) - \cos(x)$, " dieu kien : ", $-\sqrt{2} \leq t, t \leq \sqrt{2}$

" Binh phuong 2 ve => ", $\sin(x) \cos(x) = \frac{t^2}{2} - \frac{1}{2}$

" The vao phuong trinh : "

$$-\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{3}{2} - m = 0$$

" Rut gon : "

$$-\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{3}{2} - m = 0$$

" Giai bien luan phuong trinh bac 2 theo t "

$$\Delta = 16 - 8m$$

" Phương trình có nghiệm khi : $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$ "

$$\text{" Nghiệm t thứ nhất : } t = 1 + \sqrt{-2m + 4}$$

$$\text{" Nghiệm t thứ hai : } t = 1 - \sqrt{-2m + 4}$$

" Số lại điều kiện t "

" Nhận nghiệm t thứ nhất $\Leftrightarrow m \leq 2, \frac{1}{2} + \sqrt{2} \leq m$ "

" Xét phương trình : $\sin(x) - \cos(x) = 1 + \sqrt{-2m + 4}$ "

" Phương trình tương đương ", $-\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 + \sqrt{-2m + 4}$

$$\text{" Hay : } -\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{(1 + \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \arcsin\left(\frac{(1 + \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}\right) + 2k\pi$$

$$\{x = \arcsin\left(\frac{(1 + \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}\right) + 2k\pi + \frac{\pi}{4}\}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pi - \arcsin\left(\frac{(1 + \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}\right) + 2k\pi$$

$$\{x = \frac{5\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{(1 + \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}\right) + 2k\pi\}$$

" Nhận nghiệm t thứ hai $\Leftrightarrow m \leq 2, -\sqrt{2} + \frac{1}{2} \leq m$ "

" Xét phương trình : $\sin(x) - \cos(x) = 1 - \sqrt{-2m + 4}$ "

" Phương trình tương đương ", $-\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 - \sqrt{-2m + 4}$

$$\text{" Hay : } -\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{(1 - \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \arcsin\left(\frac{(1 - \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}\right) + 2k\pi$$

$$\{x = \arcsin\left(\frac{(1 - \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}\right) + 2k\pi + \frac{\pi}{4}\}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pi - \arcsin\left(\frac{(1 - \sqrt{-2m + 4})\sqrt{2}}{2}\right) + 2k\pi$$

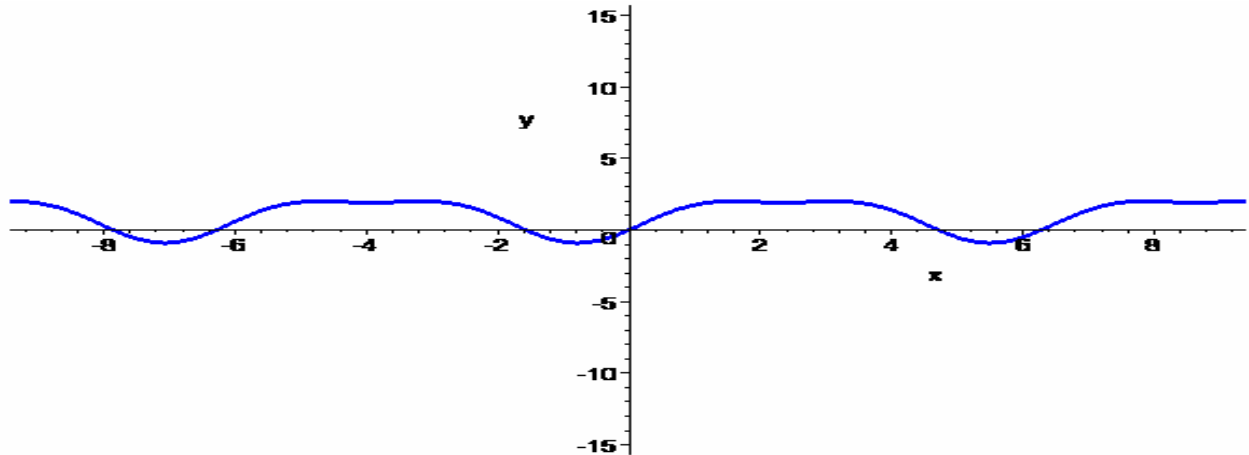
$$\left\{ x = \frac{5\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{(1 - \sqrt{-2m+4})\sqrt{2}}{2}\right) + 2k\pi \right\}$$

k, ε, Z

KET THUC BAI TOAN GIAI BIEN LUAN PHUONG TRINH LUONG GIAC DOI XUNG
 Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com
 hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso()** ;

" Do thi ham so "



c. Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của hàm số dạng phương trình đối xứng :

Ví dụ : > **ptdxungmaxmin(1,1,-1,x,cong)** ;

" Cho ham so : $y = f(x) = \sin(x) + \cos(x) + \sin(x)\cos(x) - 1$ "

" Dat ", $t = \sin(x) + \cos(x)$, " dieu kien : ", $-\sqrt{2} \leq t, t \leq \sqrt{2}$ "

" Binh phuong 2 ve => ", $\sin(x)\cos(x) = \frac{t^2}{2} - \frac{1}{2}$ "

" The vao phuong trinh : "

$$\frac{1}{2}t^2 + t - \frac{3}{2} = y$$

" Rut gon : "

$$\frac{1}{2}t^2 + t - \frac{3}{2} = y$$

" Dat ham so $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + t - \frac{3}{2}$ "

" He so a cua ham so $f(t)$ la : $a = \frac{1}{2}$ "

" He so b cua ham so $f(t)$ la : $b = 1$ "

" Hoanh do dinh parabole la : $t_{kep} = -b/2a = -1$ "

" Tung do cua dinh parabole la $y_{kep} = -2$ "

" Lap bang bien thien cua ham so $f(t)$, cho can bien $t = -\sqrt{2}$, va can bien $t = \sqrt{2}$,
" vao bang bien thien "

" Tinh cac gia tri can bien tai $t = \pm \sqrt{2}$ "

" Gia tri ham so $f(t)$ tai $t = -\sqrt{2}$, la : $f(-\sqrt{2}) = -\frac{1}{2} - \sqrt{2}$ "

" Gia tri ham so $f(t)$ tai $t = \sqrt{2}$, la : $f(\sqrt{2}) = -\frac{1}{2} + \sqrt{2}$ "

" Maximum va minimum = Max_{min} $_{-2, -1/2-\sqrt{2}, -1/2+\sqrt{2}}$ "

" Gia tri lon nhat cua ham so $f(t)$ la : $-\frac{1}{2} + \sqrt{2}$ "

" Gia tri nho nhat cua ham so $f(t)$ la : -2 "

KET THUC BAI TOAN TIM MAX-MIN DANG PHUONG TRINH LUONG GIAC DOI XUNG
Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^./ E-mail : coth123@yahoo.com
hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso() ;**

" Do thi ham so "

