

Chương I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§ 2. Phương trình lượng giác :

3. Phương trình cổ điển :

a. Dạng cơ bản :

$$a \sin(\cdot) + b \cos(\cdot) = c$$

Điều kiện :

$$a^2 + b^2 - c^2 \geq 0$$

- Kiểm tra điều kiện , nếu sai kết luận VN .
- Nếu đúng , tính $g = \sqrt{a^2 + b^2}$, chia 2 vế phương trình cho g .
- Áp dụng công thức cộng .

Ví dụ : > `ptcodiengbt(1, -sqrt(3), 2, 2*x)` ;

" Cho phương trình : " , $\sin(2x) - \sqrt{3} \cos(2x) = 2$

" Điều kiện cơ nghiệm là : " , $0 \leq A^2 + B^2 - C^2$

" Điều kiện " , $A^2 + B^2 - C^2 = 0$, " ≥ 0 , nên phương trình có nghiệm "

" Tính : " , γ , " = " , $\sqrt{A^2 + B^2} = 2$

" Chia 2 vế cho " , γ , " phương trình tương đương "

$$\frac{1}{2} \sin(2x) - \frac{1}{2} \sqrt{3} \cos(2x) = 1$$

" Góc thu được " , $\frac{\pi}{3}$

" Phương trình được viết lại " , $\sin(2x) \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos(2x) \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$2x = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi$$

$$2x = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi$$

$$\{x = \frac{1}{4}\pi + k\pi\}$$

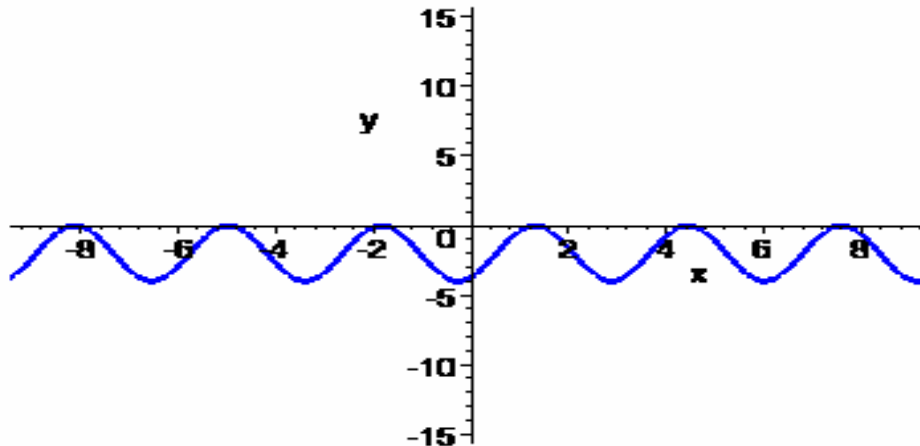
$$\left\{ x = \frac{1}{4} \pi + k \pi \right\}$$

$k, \in \mathbb{Z}$

KET THUC BAI TOAN GIAI PHUONG TRINH LUONG GIAC CO DIEN
 Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com
 hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso()**;

" Do thi ham so "



Ví dụ : > **ptcodiengbt(1, -sqrt(3), sqrt(2), 2*x)**;

" Cho phuong trinh : ", $\sin(2x) - \sqrt{3} \cos(2x) = \sqrt{2}$

" Dieu kien co nghiem la : ", $0 \leq A^2 + B^2 - C^2$

" Dieu kien ", $A^2 + B^2 - C^2 = 2.$, " ≥ 0 , nen phuong trinh co nghiem "

" Tinh : ", γ , " = ", $\sqrt{A^2 + B^2} = 2$

" Chia 2 ve cho ", γ , " phuong trinh tuong duong "

$$\frac{1}{2} \sin(2x) - \frac{1}{2} \sqrt{3} \cos(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

" Goc thu duoc ", $\frac{\pi}{3}$

" Phuong trinh duoc viet lai ", $\sin(2x) \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos(2x) \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x = \frac{1}{4} \pi + 2k\pi$$

$$2x = \frac{3}{4} \pi + 2k\pi$$

$$\left\{ x = \frac{1}{8} \pi + k \pi \right\}$$

$$\left\{ x = \frac{3}{8} \pi + k \pi \right\}$$

k, ε, Z

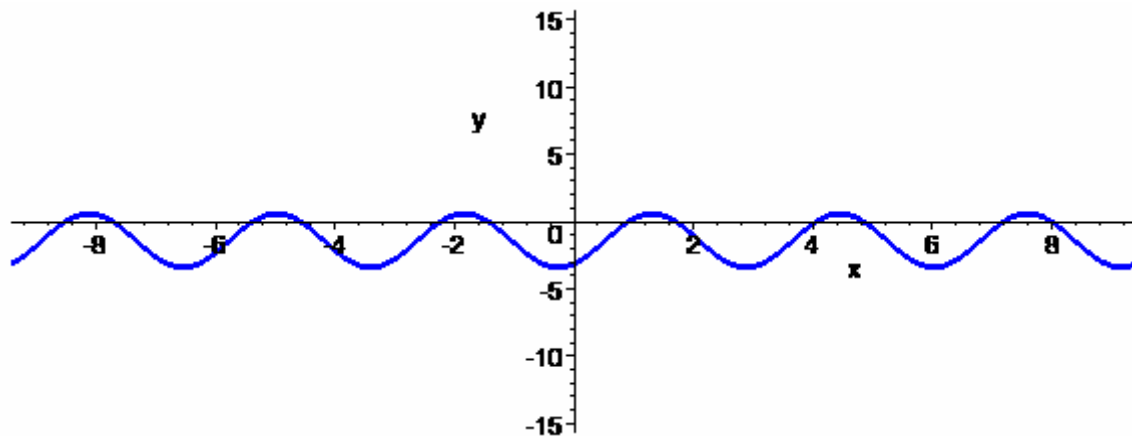
KET THUC BAI TOAN GIAI PHUONG TRINH LUONG GIAC CO DIEN

Moi thac mac xin lien he :TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com

hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso()**;

" Do thi ham so "



Ví dụ : > **ptcodiengbt(2, -5, 7, x/2)**;

" Cho phuong trinh : ", $2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 5 \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 7$

" Dieu kien co nghiem la : ", $0 \leq A^2 + B^2 - C^2$

" Dieu kien ", $A^2 + B^2 - C^2 = -20.$, " < 0 "

" Phuong trinh VO NGHIEM "

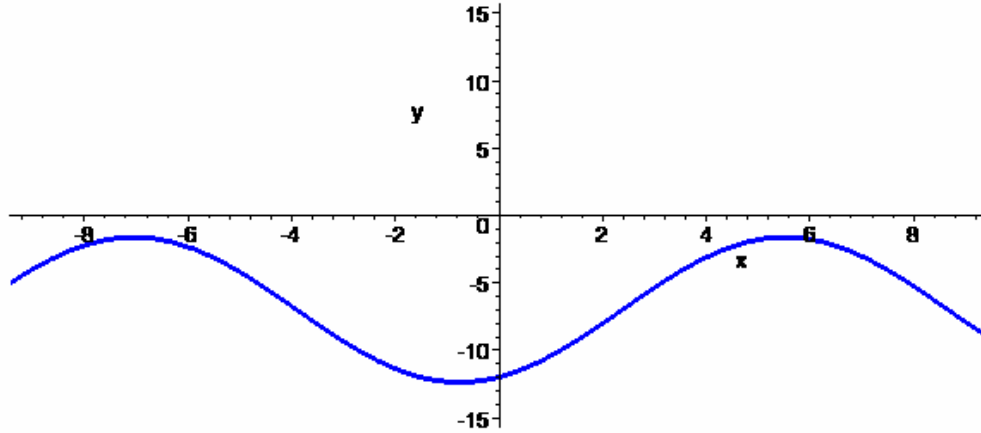
KET THUC BAI TOAN GIAI PHUONG TRINH LUONG GIAC BAC 2 , 3

Moi thac mac xin lien he :TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com

hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso()**;

" Do thi ham so "



b. Dùng công thức cộng :

$$\text{Ví dụ : } \sin 2x(\sqrt{3} + 2 \cos 3x) = \cos 2x - 2 \cos 2x \cdot \sin 3x$$

$$\text{pt} \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x + 2 \sin 2x \cos 3x = \cos 2x - 2 \cos 2x \cdot \sin 3x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 2x \cos 3x + 2 \cos 2x \cdot \sin 3x = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow 2(\sin 2x \cos 3x + \cos 2x \cdot \sin 3x) = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 5x = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x$$

Chia 2 vế cho 2 :

$$\Leftrightarrow \sin 5x = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x \Leftrightarrow \sin 5x = \sin \frac{p}{6} \cos 2x + \cos \frac{p}{6} \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin 5x = \sin \left(\frac{p}{6} + 2x \right)$$

> `ptcb(sin, 5*x, 2*x+Pi/6);`

" Cho phương trình : ", $\sin(5x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

$$\left\{ x = \frac{1}{18} \pi + \frac{1}{3} k 2 \pi \right\}$$

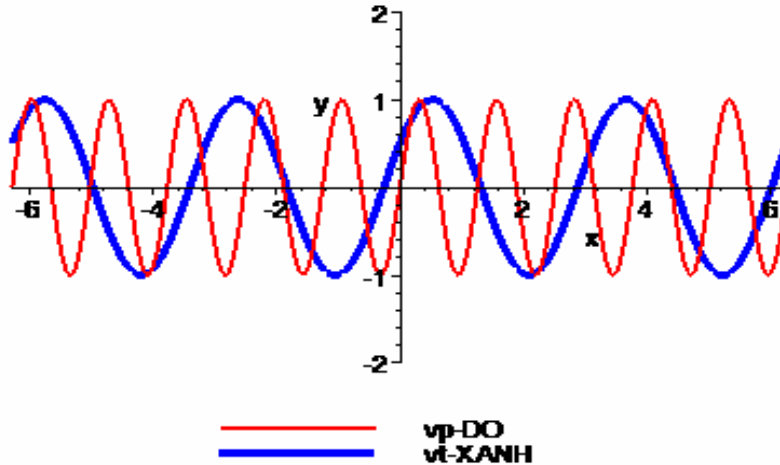
$$\left\{ x = \frac{5}{42} \pi + \frac{1}{7} k 2 \pi \right\}$$

k, ε, Z

KET THUC BAI TOAN GIAI PHUONG TRINH LUONG GIAC CO BAN

Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com

hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4



c. Dùng công thức nhân :

$$\text{Ví dụ : } \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = \sin^2 x + 2 \cos 3x$$

$$pt \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 2 \cos 3x \Leftrightarrow \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 2 \cos 3x$$

Chia 2 vế cho 2 :

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \cos 3x \Leftrightarrow \sin \frac{p}{6} \cos 2x + \cos \frac{p}{6} \sin 2x = \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(\frac{p}{6} + 2x \right) = \cos 3x$$

> `ptcbkh(sin, 2*x+Pi/6, cos, 3*x);`

$$\text{" Cho phương trình : ", } \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \cos(3x)$$

$$\{ x = -\frac{1}{5} k2 \pi + \frac{1}{15} \pi \}$$

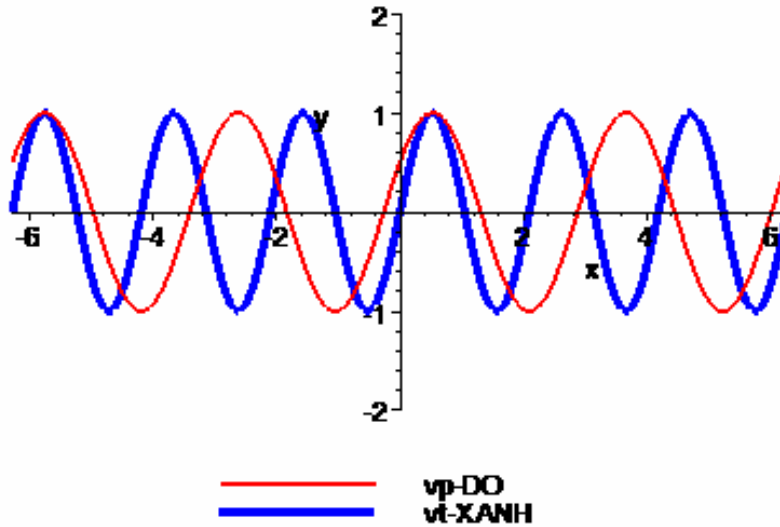
$$\{ x = k2 \pi - \frac{1}{3} \pi \}$$

k, ϵ, Z

KET THUC BAI TOAN GIAI PHUONG TRINH LUONG GIAC CO BAN

Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com

hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4



d. Giải biện luận phương trình cô điển :

- Tìm điều kiện : " Điều kiện có nghiệm là : ", $0 \leq A^2 + B^2 - C^2$
- Đưa về bất phương trình theo m , xét dấu => đk m .
- Tìm điều kiện cho phương trình $\sin(\cdot) = g(m) \Leftrightarrow -1 \leq g(m) \leq 1$.

Ví dụ : > `ptcodiengbl(m,m-1,1,x,[2,2],[1,3]);`

" Cho phương trình : ", $m \sin(x) + (m - 1) \cos(x) = 1$

" Điều kiện có nghiệm là : ", $0 \leq A^2 + B^2 - C^2$

" Điều kiện ", $A^2 + B^2 - C^2 = m^2 + (m - 1)^2 - 1$,

" ≥ 0 , nên phương trình có nghiệm khi ", $0 \leq 2m^2 - 2m$

" Xét dấu biểu thức : ", $0 \leq 2m^2 - 2m$

$\{m \leq 0\}, \{1 \leq m\}$

" Tính : ", γ , " = ", $\sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{2m^2 - 2m + 1}$

" Chia 2 vế cho ", γ , " phương trình tương đương "

$$\frac{m \sin(x)}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}} + \frac{(m - 1) \cos(x)}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}$$

" Góc thu được ", $\arccos\left(\frac{m}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}\right)$

" Phương trình được viết lại ",

$$\begin{aligned} \sin(x) \cos\left(\arccos\left(\frac{m}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}\right)\right) + \cos(x) \sin\left(\arccos\left(\frac{m}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}\right)\right) \\ = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}} \end{aligned}$$

$$\sin\left(x + \arccos\left(\frac{m}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}\right)\right) = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}$$

" Điều kiện để phương trình lượng giác : $-1 \leq \sin \leq 1$ ", $-1 \leq \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}$,

$$\frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}} \leq 1$$

" Giải hệ bất phương trình thu được : ", $\{m \leq 0\}$, $\{1 \leq m\}$

$$x = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}\right) + 2k\pi$$

$$x = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}\right) + 2k\pi$$

$$\{x = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}\right) + 2k\pi\}$$

$$\{x = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 1}}\right) + 2k\pi\}$$

k, ε, Z

" Điều kiện ", $A^2 + B^2 - C^2 = m^2 + (m - 1)^2 - 1$, " < 0 "

" Phương trình VO NGHIEM khi "

$$\{0 < m, m < 1\}$$

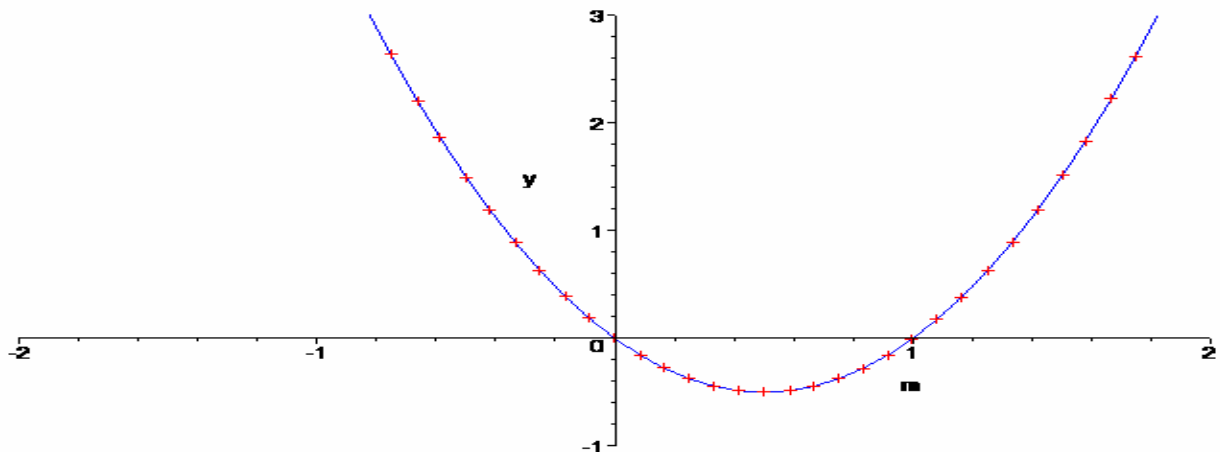
$m \in (\text{RealRange}(\text{Open}(0), \text{Open}(1)))$

KET THUC BAI TOAN GIAI PHUONG TRINH LUONG GIAC CO DIEN

Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com

hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

Do thi của điều kiện m



REVIEWED

By COHONGTRAN at 7:27 am, Aug 17, 2011

e. Giải phương trình giả cổ điển :

Ví dụ :

$$\sqrt{3} \sin 2x - \cos 5x = \cos^2 x + \sqrt{3} \sin 5x - \sin^2 x$$

$$pt \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x - (\cos^2 x - \sin^2 x) = \sqrt{3} \sin 5x + \cos 5x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{3} \sin 5x + \cos 5x$$

Chia 2 vế cho 2 :

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 5x + \frac{1}{2} \cos 5x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x \cos \frac{p}{6} - \sin \frac{p}{6} \cos 2x = \sin 5x \cos \frac{p}{6} + \sin \frac{p}{6} \cos 5x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{p}{6}\right) = \sin\left(5x + \frac{p}{6}\right)$$

f. Áp dụng phương trình cổ điển – tìm Max-min của hàm số lượng giác :

Ví dụ : Tìm Max-min của :

a. $y = 3 \sin x + 4 \cos x - 1$

Chuyển vế : $y + 1 = 3 \sin x + 4 \cos x$

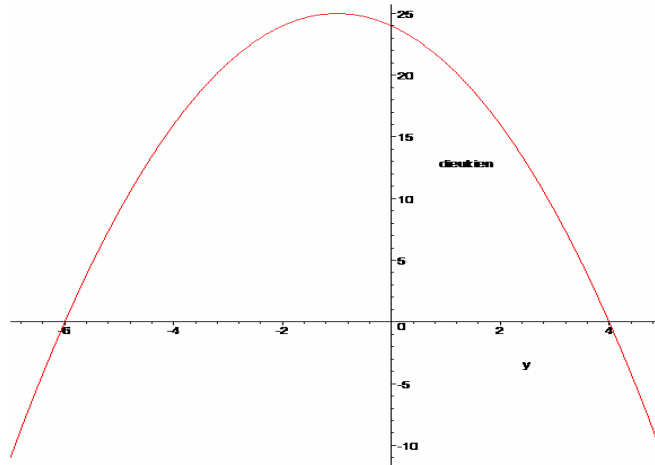
Điều kiện có nghiệm của phương trình cổ điển : $a^2 + b^2 - c^2 \geq 0$

Ta có : $3^2 + 4^2 - (y+1)^2 \geq 0$ hay $-y^2 - 2y + 24 \geq 0$

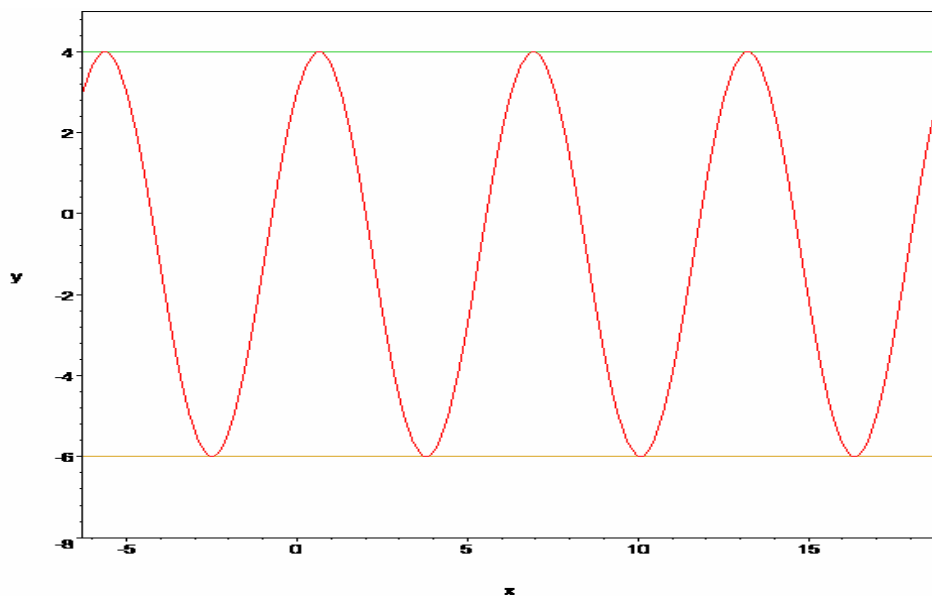
	-∞	-6	4	∞
y	-	+	-	
$-y^2 - 2y + 24 \geq 0$	////////////////////		////////////////////	

Vậy $-6 \leq y \leq 4$; Max $y = 4$; min $y = -6$.

```
> solve(-y^2-2*y+24=0,{y});plot(-y^2-2*y+24,y=-7..5,labels=[`y`,`dieukien`]);
{y=-6},{y=4}
```

Đồ thị hàm số đã cho :



Kiểm tra :

> **maxmin(3*sin(x)+4*cos(x)-1, -infinity, infinity);**

" Hàm số có dạng : $y =$ ", $3 \sin(x) + 4 \cos(x) - 1$

" Tính Max-min trên đoạn : ", $(-\infty, \infty)$

" Đạo hàm cấp 1 : $y' =$ ", $3 \cos(x) - 4 \sin(x)$

" Cho $y' = 0 \Leftrightarrow$ ", $3 \cos(x) - 4 \sin(x) = 0$

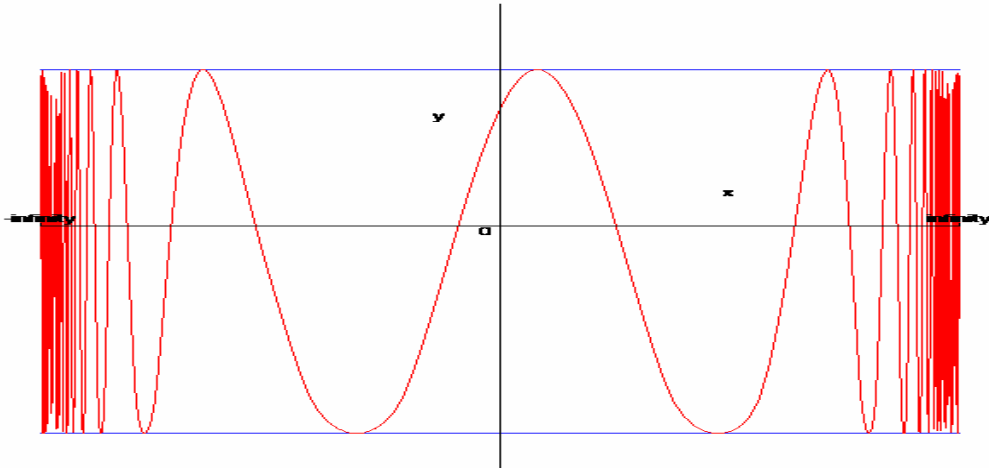
" Cực trị : $x =$ ", $\left\{ \arctan\left(\frac{3}{4}\right) \right\}$

" Lập bảng biến thiên , tính các giá trị cực trị và giá trị biên "

" GIA TRI LON NHAT : $y_{\text{Max}} =$ ", 4

" GIA TRI NHO NHAT : $y_{\text{min}} =$ ", -6

Moi thac mac xin lien he :TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com
hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4



APPROVED

By COHONGTRAN at 7:27 am, Aug 17, 2011