

APPROVED

By COHONGTRAN at 11:35 am, Aug 23, 2010



Chương I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

§ 2. Phương trình lượng giác :

2. Phương trình bậc hai :

a. Dạng cơ bản :

$$at^2 + bt + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

Với t là các hàm số lượng giác \sin , \cos , \tan , \cot .

* Lưu ý : - nếu đặt $t = \sin(\cdot)$ hoặc $\cos(\cdot)$ thì điều kiện : $-1 \leq t \leq 1$
- nếu đặt $t = \tan(\cdot)$ hoặc $\cot(\cdot)$ thì không cần đk cho t , nhưng phải có đk theo cung lượng giác .

Ví dụ > `ptcbb2s(1,-3,2,sin,1*x);`

" Cho phương trình : ", $\sin(x)^2 - 3 \sin(x) + 2 = 0$

" Đặt $t = \sin(x)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Phương trình $\Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$

" Nghiệm t : ", $\{ 1, 2 \}$

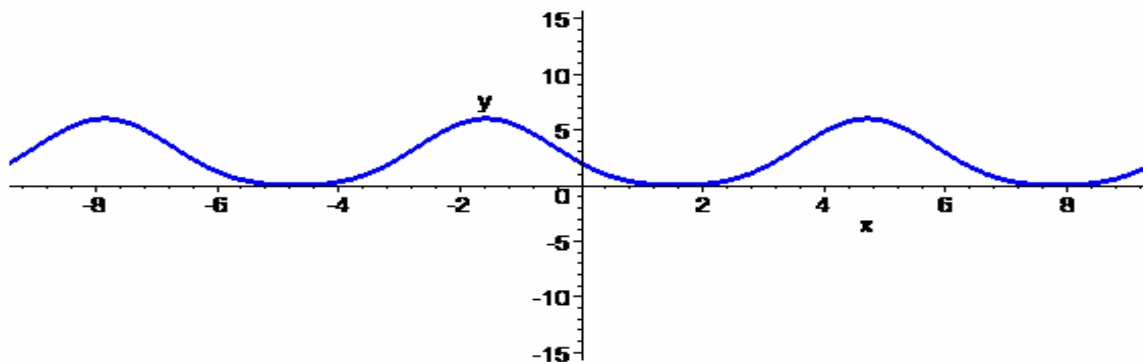
" TRƯỜNG HỢP I : ", $\sin(x) = 2$

" Phương trình VÔ NGHIỆM "

" TRƯỜNG HỢP II : ", $\sin(x) = 1$

$$\{ x = \frac{1}{2} \pi + k2\pi \}$$

k, ε, Z



Ví dụ : > `ptcbb2c(2,-5,2,cos,x/2);`

" Cho phương trình : ", $2 \cos\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 5 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2 = 0$

" Dat $t = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Phương trình \Leftrightarrow ", $2t^2 - 5t + 2 = 0$

" Nghiệm t : ", $\left\{2, \frac{1}{2}\right\}$

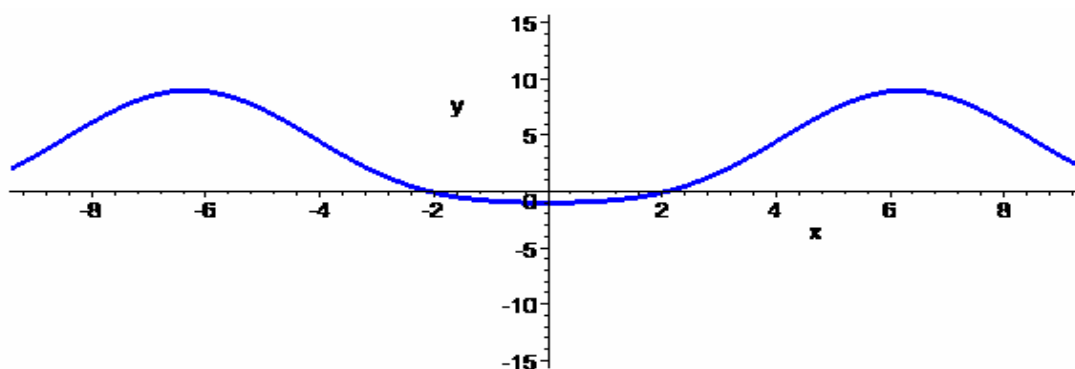
" TRUONG HOP I : ", $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = 2$

" Phương trình VO NGHIEM "

" TRUONG HOP II : ", $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}$

$$\left\{x = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi\right\}$$

k, ϵ, Z



Ví dụ : `> ptcbb2t(1, -(1+sqrt(3)), sqrt(3), tan, x);`

" Cho phương trình : ", $\tan(x)^2 + (-1 - \sqrt{3})\tan(x) + \sqrt{3} = 0$

" Dat $t = \tan(x)$, " DK : ", $x \neq \frac{1}{2}\pi + k\pi$

" Phương trình \Leftrightarrow ", $t^2 + (-1 - \sqrt{3})t + \sqrt{3} = 0$

" Nghiệm t : ", $\{1, \sqrt{3}\}$

" TRUONG HOP I : ", $\tan(x) = \sqrt{3}$

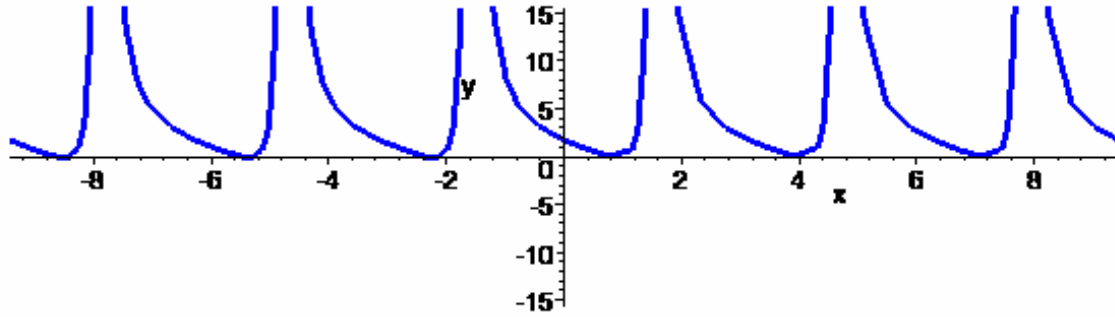
$$\left\{x = \frac{1}{3}\pi + k\pi\right\}$$

k, ϵ, Z

" TRUONG HOP II : ", $\tan(x) = 1$

$$\left\{x = \frac{1}{4}\pi + k\pi\right\}$$

k, ϵ, Z



b. Dùng công thức cơ bản : (ưu tiên cho bậc nhỏ)

$$\sin^2(.) + \cos^2(.) = 1$$

$$\tan(.) \cot(.) = 1$$

$$1 + \tan^2(.) = \frac{1}{\cos^2(.)}$$

$$1 + \cot^2(.) = \frac{1}{\sin^2(.)}$$

Ví dụ : > `ptcbb2s(1,-3,3,sin,2*x);`

" Cho phương trình : ", $\sin(2x)^2 - 3 \cos(2x) + 3 = 0$, " hay "

$$4 - \cos(2x)^2 - 3 \cos(2x) = 0$$

" Dat $t = \cos(2x)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Phương trình \Leftrightarrow ", $-t^2 - 3t + 4 = 0$

" Nghiệm t : ", $\{-4, 1\}$

" TRUONG HOP I : ", $\cos(2x) = -4$

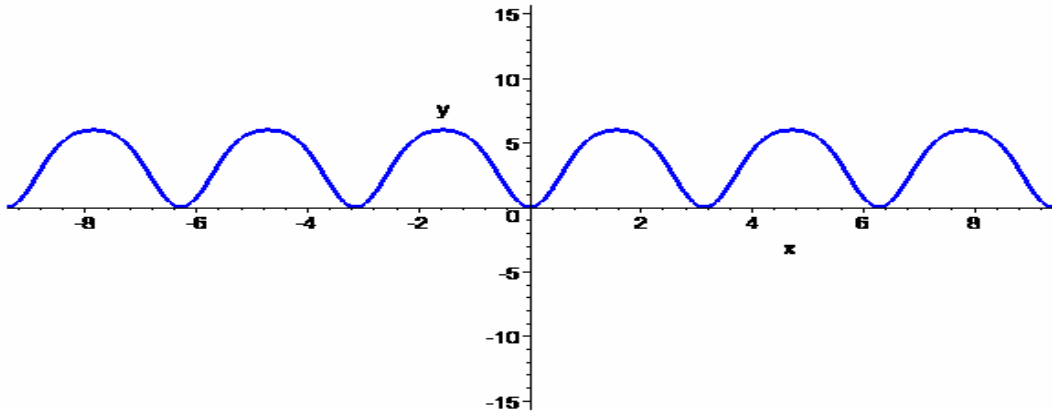
" Phương trình VO NGHIEM "

" TRUONG HOP II : ", $\cos(2x) = 1$

$$\left\{ x = \frac{k2\pi}{2} \right\}$$

$$\left\{ x = \frac{k2\pi}{2} \right\}$$

k, ε, Z



Ví dụ : > **ptcbb2c(2,-5,1,cos,x);**

" Cho phương trình : ", $2 \cos(x)^2 - 5 \sin(x) + 1 = 0$, " hay "

$$3 - 2 \sin(x)^2 - 5 \sin(x) = 0$$

" Dat t = ", $\sin(x)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Phương trình \Leftrightarrow ", $-2t^2 - 5t + 3 = 0$

" Nghiệm t : ", $\left\{ -3, \frac{1}{2} \right\}$

" TRUONG HOP I : ", $\sin(x) = -3$

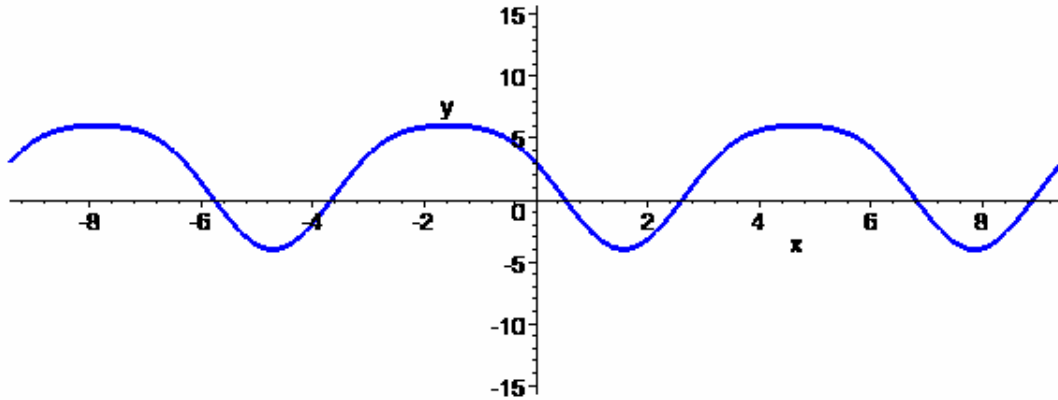
" Phương trình VO NGHIEM "

" TRUONG HOP II : ", $\sin(x) = \frac{1}{2}$

$$\left\{ x = \frac{1}{6} \pi + k2\pi \right\}$$

$$\left\{ x = \frac{5}{6} \pi + k2\pi \right\}$$

k, ε, Z



Ví dụ : > `ptcbb2t(3,2,-5,tan,x/2);`

" Cho phương trình : ", $3 \tan\left(\frac{x}{2}\right) + 2 \cot\left(\frac{x}{2}\right) - 5 = 0$

" Dat $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ " DK : ", $\frac{x}{2} \neq \frac{1}{2}\pi + k\pi, \frac{x}{2} \neq k\pi$

" Điều kiện : ", $x \neq \pi + 2k\pi, x \neq 2k\pi$

" Phương trình \Leftrightarrow ", $3 \tan\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{2}{\tan\left(\frac{x}{2}\right)} - 5 = 0$

" Hay : ", $\frac{3t^2 - 5t + 2}{t} = 0$

" Nghiệm t : ", $\left\{1, \frac{2}{3}\right\}$

" TRƯỜNG HỢP I : ", $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = 1$

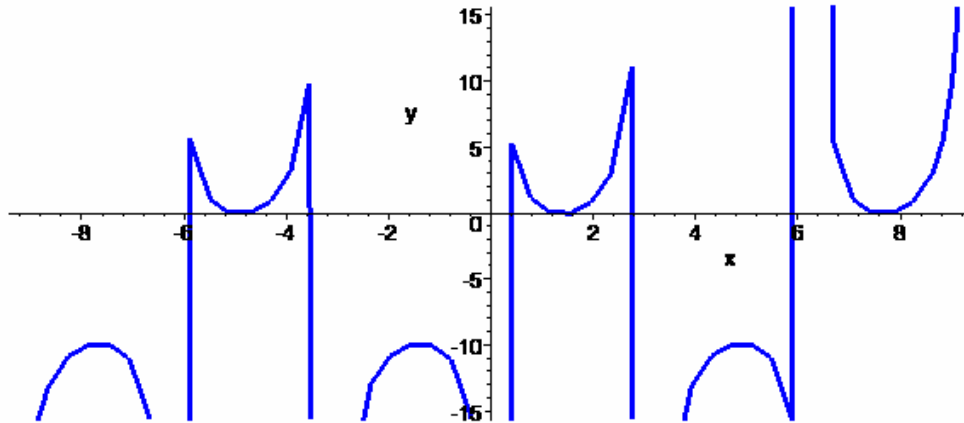
$$\left\{x = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi\right\}$$

k, ε, Z

" TRƯỜNG HỢP II : ", $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{2}{3}$

$$\left\{x = 2 \arctan\left(\frac{2}{3}\right) + 2k\pi\right\}$$

k, ε, Z



Ví dụ : > **ptcbb2ct(1,2,-2,cos,x);**

" Cho phương trình : ", $\frac{1}{\cos(x)^2} + 2 \tan(x) - 2 = 0$, " hay "

$$-1 + \tan(x)^2 + 2 \tan(x) = 0$$

" Đặt t = ", $\tan(x)$, " "

" Phương trình \Leftrightarrow ", $-1 + t^2 + 2t = 0$

" Nghiệm t : ", $\{-1 - \sqrt{2}, \sqrt{2} - 1\}$

" TRƯỜNG HỢP I : ", $\tan(x) = \sqrt{2} - 1$

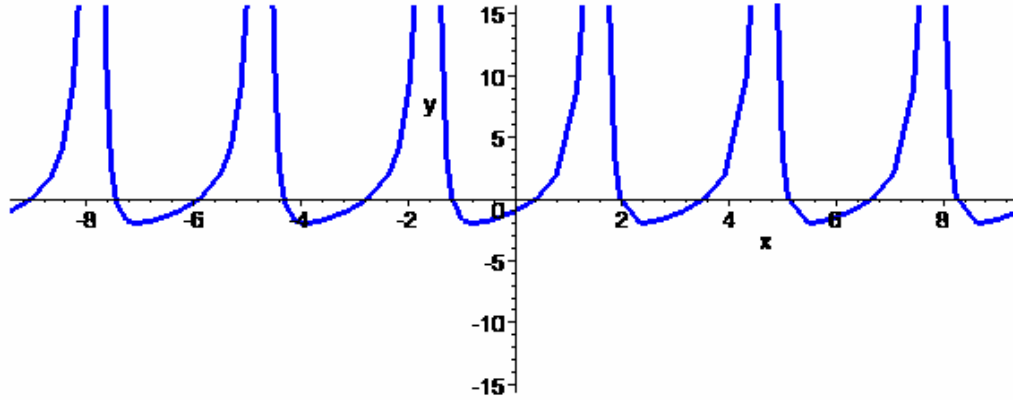
$$\{x = \frac{1}{8} \pi + k \pi\}$$

k, ε, Z

" TRƯỜNG HỢP II : ", $\tan(x) = -1 - \sqrt{2}$

$$\{x = -\frac{3}{8} \pi + k \pi\}$$

k, ε, Z



Vi dụ : > `ptcbb2st(2,-3,-1,sin,x);`

" Cho phương trình : ", $\frac{2}{\sin(x)^2} - 3 \cot(x) - 1 = 0$, " hay "

$$1 + 2 \cot(x)^2 - 3 \cot(x) = 0$$

" Dat t = ", $\cot(x)$, " "

" Phương trình \Leftrightarrow ", $1 + 2 t^2 - 3 t = 0$

" Nghiệm t : ", $\{1, \frac{1}{2}\}$

" TRUONG HOP I : ", $\tan(x) = 1$

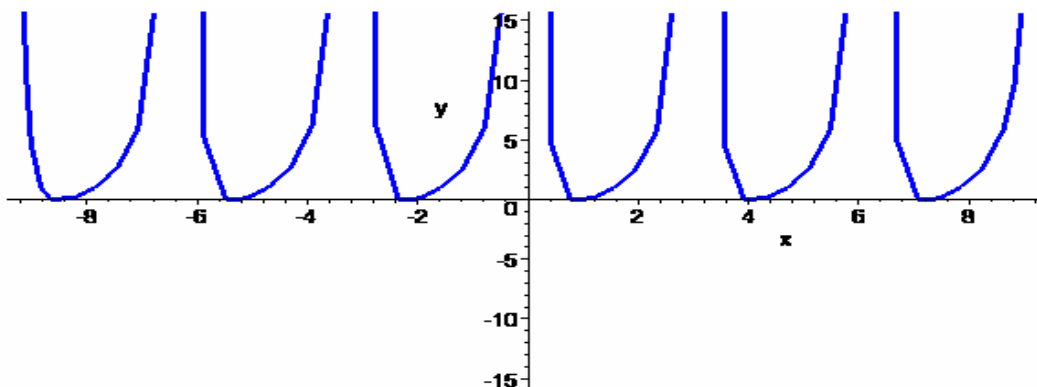
$$\{x = \frac{1}{4} \pi + k \pi\}$$

k, ε, Z

" TRUONG HOP II : ", $\tan(x) = \frac{1}{2}$

$$\{x = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{2}\right) + k \pi\}$$

k, ε, Z



c. Dùng công thức nhân : (ưu tiên cho cung nhỏ)

$$\begin{aligned}\cos 2(\cdot) &= \cos^2(\cdot) - \sin^2(\cdot) \\ &= 2\cos^2(\cdot) - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2(\cdot) \\ \sin 2(\cdot) &= 2\sin(\cdot)\cos(\cdot) \\ \tan 2(\cdot) &= \frac{2\tan(\cdot)}{1 - \tan^2(\cdot)}\end{aligned}$$

Ví dụ : > **ptcbb2s(1,-3,4,sin,2*x);**

" Cho phương trình : ", $\cos(4x)^2 - 3\sin(2x) + 4 = 0$, " hay "

$$5 - 2\sin(2x)^2 - 3\sin(2x) = 0$$

" Đặt $t = \sin(2x)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Phương trình \Leftrightarrow ", $5 - 2t^2 - 3t = 0$

" Nghiệm t : ", $\{1, \frac{-5}{2}\}$

" TRƯỜNG HỢP I : ", $\sin(2x) = \frac{-5}{2}$

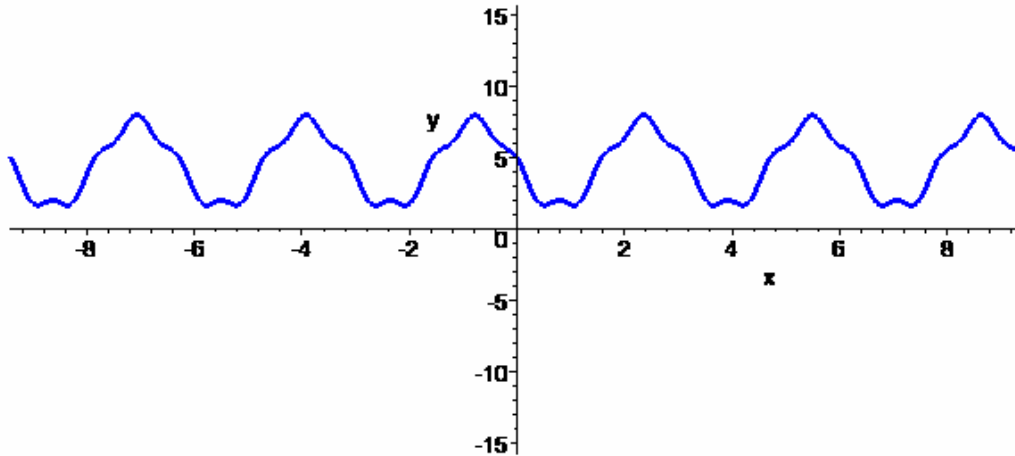
" Phương trình VÔ NGHIỆM "

" TRƯỜNG HỢP II : ", $\sin(2x) = 1$

$$\{x = \frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}k2\pi\}$$

$$\{x = -\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}k2\pi\}$$

k, ϵ, Z



Ví dụ : > `ptcbb2c(2,-5,2,cos,3*x);`

" Cho phương trình : ", $2 \cos(6x)^2 - 5 \cos(3x) + 2 = 0$, " hay "

$$4 \cos(3x)^2 - 5 \cos(3x) = 0$$

" Đặt $t = \cos(3x)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Phương trình \Leftrightarrow ", $4t^2 - 5t = 0$

" Nghiệm t : ", $\{0, \frac{5}{4}\}$

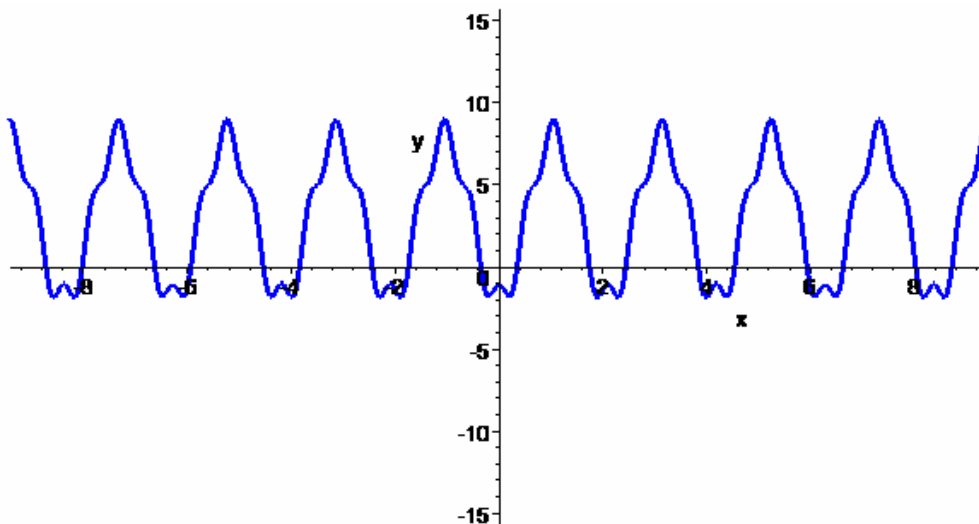
" TRƯỜNG HỢP I : ", $\sin(3x) = 0$

$$\left\{ x = \frac{k2\pi}{3} \right\}$$

k, ε, Z

" TRƯỜNG HỢP II : ", $\sin(3x) = \frac{5}{4}$

" Phương trình VÔ NGHIỆM "



Ví dụ : > **ptcbb2t(1,3,0,tan,1*x);**

" Cho phương trình : ", $\tan(2x) + 3 \cot(x) = 0$

" Dat t = ", $\tan(x)$, " DK : ", $x \neq \frac{1}{2}\pi + k\pi, x \neq k\pi$

" Phương trình \Leftrightarrow ", $\frac{t^2 - 3}{(t^2 - 1)t} = 0$

" Nghiệm t : ", $\{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

" TRƯỜNG HỢP I : ", $\tan(x) = \sqrt{3}$

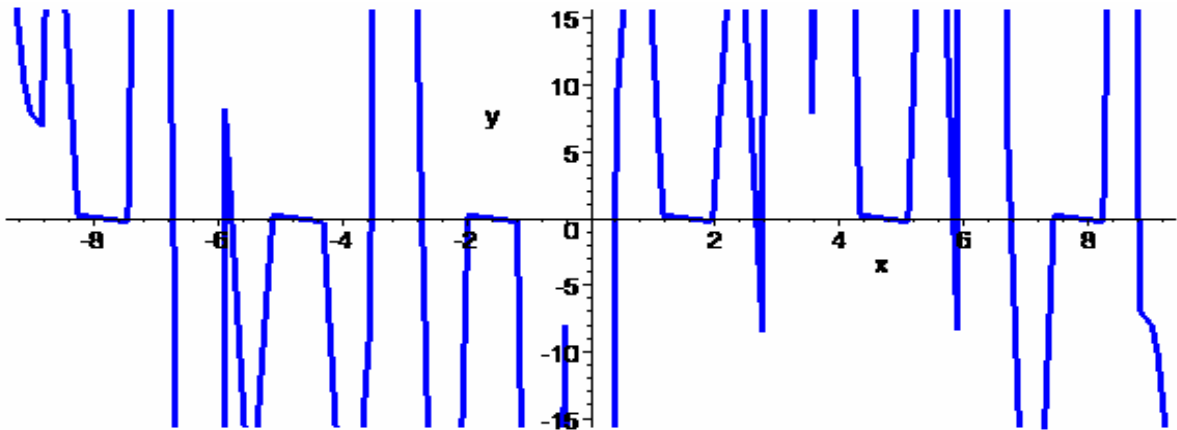
$$\{x = \frac{1}{3}\pi + k\pi\}$$

k, ε, Z

" TRƯỜNG HỢP II : ", $\tan(x) = -\sqrt{3}$

$$\{x = -\frac{1}{3}\pi + k\pi\}$$

k, ε, Z



d. Tìm Max-min của hàm số lượng giác theo dạng phương trình bậc 2 :

Ví dụ : > **ptb2smaxmin(1,-3,2,sin,2*x);**

" Cho hàm số : y = ", $\sin(2x)^2 - 3 \sin(2x) + 2$

" Dat t = ", $\sin(2x)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Hàm số \Leftrightarrow y = ", $t^2 - 3t + 2$

" Dat hàm số f(t) = ", $t^2 - 3t + 2$

" Hệ số a của hàm số f(t) là : a = ", 1

" Hệ số b của hàm số f(t) là : b = ", -3

" Hoành độ đỉnh parabol là : $t_{\text{kep}} = -b/2a = "$, $\frac{3}{2}$

" Tung do cua dinh parabole la $y_{kep} = -\frac{1}{4}$

" Lap bang bien thien cua ham so $f(t)$, cho can bien $t = -1$, " va can bien $t = 1$,
" vao bang bien thien "

" Tinh cac gia tri can bien tai $t = \pm 1$

" Gia tri ham so $f(t)$ tai $t = -1$, " la :", $f(-1) = 6$

" Gia tri ham so $f(t)$ tai $t = 1$, " la :", $f(1) = 0$

" Maximum va minimum = ", $Max_{min}_{6,0}$

$$Ds = [0, 6]$$

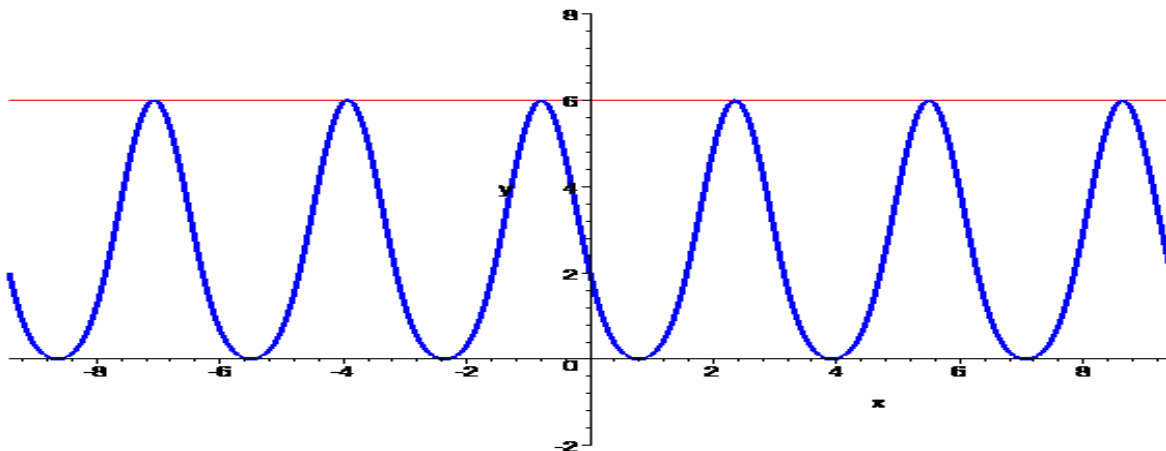
" Gia tri lon nhat cua ham so $f(t)$ la : ", 6

" Gia tri nho nhat cua ham so $f(t)$ la : ", 0

KET THUC BAI TOAN TIM MAX-MIN DANG PHUONG TRINH LUONG GIAC BAC 2
Moi thac mac xin lien he :TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com
hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso()**;

" Do thi ham so "



Ví dụ : > **ptb2cmaxmin(2,-1,1/2,cos,3*x)**;

" Cho ham so : $y = 2 \cos(3x)^2 - \cos(3x) + \frac{1}{2}$

" Dat $t = \sin(3x)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Ham so $\Leftrightarrow y = 2t^2 - t + \frac{1}{2}$

" Dat ham so $f(t) = 2t^2 - t + \frac{1}{2}$

" He so a cua ham so $f(t)$ la : a = 2

" He so b cua ham so $f(t)$ la : b = -1

" Hoanh do dinh parabole la : $t_{kep} = -b/2a = -\frac{1}{4}$

" Tung do cua dinh parabole la $y_{kep} = \frac{3}{8}$

" Lap bang bien thien cua ham so $f(t)$, cho can bien $t = -1$, va can bien $t = 1$,
" vào bang bien thien "

" Tinh cac gia tri can bien tai $t = \pm 1$

" Gia tri ham so $f(t)$ tai $t = -1$ la : $f(-1) = \frac{7}{2}$

" Gia tri ham so $f(t)$ tai $t = 1$ la : $f(1) = \frac{3}{2}$

" Maximum va minimum = $Max_{min}_{3/8, 7/2, 3/2}$

$$Ds = \left[\frac{3}{8}, \frac{3}{2}, \frac{7}{2} \right]$$

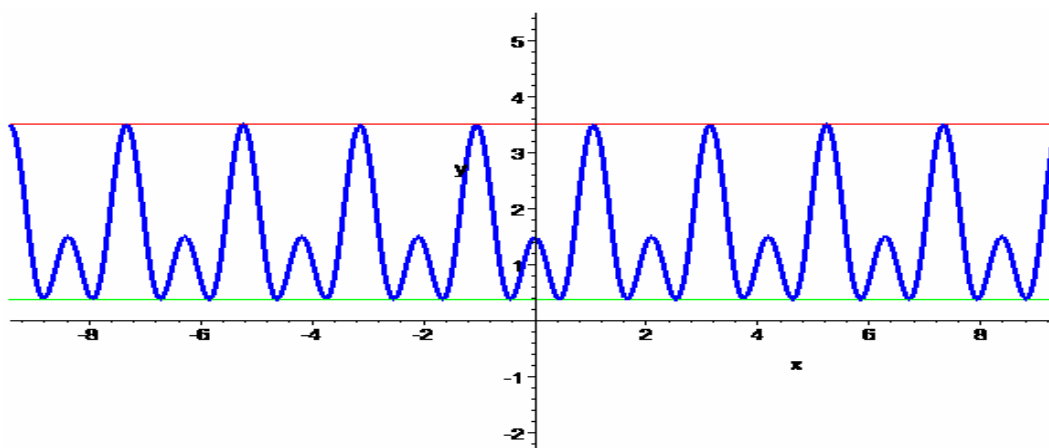
" Gia tri lon nhat cua ham so $f(t)$ la : $\frac{7}{2}$

" Gia tri nho nhat cua ham so $f(t)$ la : $\frac{3}{8}$

KET THUC BAI TOAN TIM MAX-MIN DANG PHUONG TRINH LUONG GIAC BAC 2
Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com
hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso()**;

" Do thi ham so "



Ví dụ : > **ptb2bncmaxmin(2,1,-5,cos,x)**;

" Cho phuong trinh : $2 \cos(x)^2 + \sin(x) - 5 = 0$, " hay "

$$y = -3 - 2 \sin(x)^2 + \sin(x)$$

" Dat $t =$ ", $\sin(x)$, " DK : $-1 \leq t \leq 1$ "

" Ham so $\Leftrightarrow y =$ ", $-2t^2 + t - 3$

" Dat ham so $f(t) =$ ", $-2t^2 + t - 3$

" He so a cua ham so $f(t)$ la : a = " , -2

" He so b cua ham so $f(t)$ la : b = " , 1

" Hoanh do dinh parabole la : $t_{\text{kep}} = -b/2a =$ ", $\frac{1}{4}$

" Tung do cua dinh parabole la $y_{\text{kep}} =$ ", $\frac{-23}{8}$

" Lap bang bien thien cua ham so $f(t)$, cho can bien $t =$ ", -1, " va can bien $t =$ ", 1, " vao bang bien thien "

" Tinh cac gia tri can bien tai $t = +-$ ", 1

" Gia tri ham so $f(t)$ tai $t =$ ", -1, " la : ", $f(-1) = -6$

" Gia tri ham so $f(t)$ tai $t =$ ", 1, " la : ", $f(1) = -4$

" Maximum va minimum = " , $Max_min_{-23/8, -6, -4}$

$$Ds = \left[-6, -4, \frac{-23}{8} \right]$$

" Gia tri lon nhat cua ham so $f(t)$ la : " , $\frac{-23}{8}$

" Gia tri nho nhat cua ham so $f(t)$ la : " , -6

KET THUC BAI TOAN TIM MAX-MIN DANG PHUONG TRINH LUONG GIAC BAC 2
Moi thac mac xin lien he : TRAN-HONG-CO .^^./ E-mail : coth123@yahoo.com
hoac coth123@math.com ^._.^ phone : (0 8) 4 2 5 0 8 7 4

> **vehamso()** ;

" Do thi ham so "

