

với (HKM).

2.42. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, đáy lớn AB. Lấy M, N lần lượt trên SC, SD sao cho MN không song song CD.

a/ Tìm thiết diện của hình chóp với (ABM)

b/ Tìm thiết diện của hình chóp với (AMN).

G. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.

2.43. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB.

Chứng minh rằng: $MN \parallel CD$.

2.44. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông. Gọi H, K lần lượt trên SA, SB

sao cho $\frac{SH}{SA} = \frac{SK}{SB} = \frac{1}{3}$

Chứng minh rằng: $HK \parallel CD$.

2.45. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$.

Chứng minh rằng: $IJ \parallel CD$.

2.46. Cho hình chóp SABCD đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SC, CD, AD.

Chứng minh rằng: $MN \parallel PQ$.

2.47. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD.

a/ Chứng minh rằng: MPNQ là hình bình hành.

b/ Chứng minh rằng: MN, PQ, RS đồng quy tại trung điểm của mỗi đoạn.

H. GIAO TUYẾN HAI MẶT PHẪNG (DÙNG TÍNH CHẤT SONG SONG).

2.48. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, AC, và $M \in AD$. Tìm giao tuyến (MIJ) và (ABD).

2.49. Cho hình chóp SABCD, đáy hình vuông. Gọi $M \in SC$. Tìm giao tuyến (MAD) và (SBC).

- 2.50. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC. Tìm giao tuyến (BCD) và (DMN).
- 2.51. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông. Gọi I, K lần lượt là trung điểm SB, SD. Tìm giao tuyến:
- (CDI) và (SAB).
 - (AIK) và (ABCD)
 - (KBC) và (SAD)
- 2.52. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N là trung điểm AB, AC. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt CD, BD tại E, F.
- Chứng minh rằng: MNEF là hình thang.
 - Xác định (α) để MNEF là hình bình hành.
- 2.53. Cho hình chóp SABCD, đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB và $E \in SC$.
- Tìm giao tuyến (MBC) và (SAD).
 - Gọi F là giao điểm của SD và (MNE). Chứng minh rằng: MNEF thường là hình thang.
- 2.54. Cho hình chóp SABCD đáy hình vuông, tâm O. Gọi H, K lần lượt trên SA, SD sao cho HK song song AD.
- Tìm giao tuyến (SAB) và (HCD); (OHK) và (ABCD).
 - Mặt phẳng (α) chứa HK và cắt SC, SD tại M, N. Chứng minh rằng: HKMN là hình thang. Khi nào HKMN là hình thoi.
- 2.55. Cho hình chóp SABCD đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AD, BC và G là trọng tâm ΔSAB
- Tìm $(SIJ) \cap (SAB)$ và $(GIJ) \cap (SAB)$
 - Xác định thiết diện của hình chóp với (GIJ). Thiết diện là hình gì?

I. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG

- 2.56. Cho hình chóp SABC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, SB. Chứng minh rằng: $SA \parallel (CMN)$.

2.57. Cho hình chóp SABCD có đáy lớn là hình bình hành, tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AD và I, J lần lượt trên SM, SN sao cho:

$$\frac{SI}{SM} = \frac{SJ}{SN} = \frac{2}{3}$$

a/ Chứng minh rằng: $MN \parallel (SBD)$

b/ Chứng minh rằng: $IJ \parallel (SBD)$

c/ Chứng minh rằng: $SC \parallel (IJO)$

2.58. Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm $\triangle ABD$ và $M \in BC$ thỏa $MB = 2MC$. Chứng minh rằng: $MG \parallel (ACD)$

2.59. Cho hình chóp SABCD có đáy hình thang, đáy lớn AD. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm AB, CD, SA.

Chứng minh rằng: $MN \parallel (SBC)$, $SB \parallel (MNP)$, $SC \parallel (MNP)$

2.60. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông tâm O. Gọi M, K lần lượt là trung điểm SB, SD.

Chứng minh rằng: $BD \parallel (AMK)$; $MO \parallel (SCD)$; $SB \parallel (AKO)$

2.61. Cho hình chóp SABC. Gọi M, N lần lượt trên AB, BC, $mp(\alpha)$ qua MN và song song SB cắt SA, SC tại Q, P.

Chứng minh rằng: MNPQ là hình thang

2.62. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD. $mp(\alpha)$ qua MN cắt SB, SC tại Q; P.

a/ Chứng minh rằng: $BC \parallel (MNPQ)$

b/ Chứng minh rằng: MNPQ là hình thang. Khi nào MNPQ là hình bình hành?

2.63. Cho hình chóp SABCD đáy hình thang, đáy lớn AD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Gọi $P \in SD$

a/ Chứng minh rằng: $AD \parallel (MNP)$

b/ Hình tính thiết diện của hình chóp SABCD và (MNP)

c/ Gọi I là giao điểm AB và CD. Tìm điều kiện của M để thiết diện trên là hình bình hành.

2.64. Cho hình chóp SABCD. M, N là hai điểm trên AB, CD. (α) là mặt phẳng qua MN và song song SA.

a/ Tìm các giao tuyến của (α) với (SAB) và (SAC)

b/ Xác định thiết diện của hình chóp với (α)

c/ Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang.

2.65. Cho hình chóp SABCD, đáy là hình bình hành tâm O. M là trung điểm SB. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) trong các trường hợp sau:

a/ (α) qua M và song song với SO, AD

b/ (α) qua O và song song với AM, SC

K. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

2.66. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, SB, BC.

Chứng minh rằng: $(MNP) // (SCD)$

2.67. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm AC, BC, CD

Chứng minh rằng: $(IJK) // (ABD)$

2.68. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD.

Chứng minh rằng: $(OMN) // (SBC)$

2.69. Cho hình chóp SABCD đáy hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm SA, AD, BC.

Chứng minh rằng: $(IJK) // (SCD)$.

2.70. Từ các đỉnh của hình bình hành ABCD, dựng các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt song song và ở cùng phía đối với mp (ABCD). Một mặt phẳng (α) cắt Ax, By, Cz, Dt lần lượt tại A', B', C', D'.

a/ Chứng minh rằng: mp (AA', BB') // mp (CC', DD')

b/ Chứng tỏ A'B'C'D' là hình bình hành

c/ Chứng minh rằng: $AA' + CC' = BB' + DD'$.

L. HÌNH LĂNG TRỤ - HÌNH HỘP.

2.71. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC . A'B'C'$. Gọi H là trung điểm $A'B'$.

a/ Chứng minh rằng: $CB' // mp (AHC')$

b/ Tìm giao tuyến d của $(AB'C')$ và $(A'BC)$. Chứng minh rằng $d // (BB'C'C)$

c/ Xác định thiết diện của $mp(H, d)$ với lăng trụ $ABC . A'B'C'$.

2.72. Cho lăng trụ $ABC . A'B'C'$. Gọi I, I' lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$

a/ Chứng minh rằng: $AI // A'I'$.

b/ Tìm giao điểm IA' và $mp (AB'C')$.

c/ Tìm giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC)$.

2.73. Cho hình hộp $ABCD . A'B'C'D'$

a/ Tìm giao tuyến $(BA'C')$ và $(ABCD)$

b/ Chứng minh rằng: $mp (BDA') // mp (B'D'C)$

c/ Tìm giao điểm $B'D$ và $mp (BA'C')$

d/ Chứng minh rằng AC' đi qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và tam giác $B'D'C$, và G_1, G_2 chia AC' thành 3 đoạn bằng nhau.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

2.74. Cho hình chóp $SABCD$. Gọi M, N lần lượt trên AB, CD và $mp (\alpha)$ qua MN song song với SA .

a/ Tìm các giao tuyến của (α) với (SAB) và (SAC)

b/ Xác định thiết diện của hình chóp với (α)

c/ Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang

2.75. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm AD và BD . Mặt phẳng (α) qua IK cắt CA, CB lần lượt tại M, N .

a/ Tứ giác $MNKI$ có tính chất gì? Với vị trí nào của (α) tứ giác đó là hình bình hành?

b/ Gọi O là giao điểm MI và NK . Chứng tỏ rằng O luôn luôn nằm trên đường thẳng cố định.

c/ Gọi $d = (\alpha) \cap (OAB)$. Chứng minh rằng: Khi (α) thay đổi thì d luôn

nằm trong một mặt phẳng cố định.

2.76. Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của 2 cạnh AA' và CC'. Gọi P \in DD'

a/ Xác định giao điểm Q của BB' và (MNP).

b/ Mặt phẳng (MNP) cắt hình hộp theo 1 thiết diện. Thiết diện đó có tính chất gì?

c/ Tìm $(MNP) \cap (ABCD)$

2.77. Cho hình chóp S.ABCD, có đáy là hình thang, đáy lớn AD. Gọi M là một điểm thuộc cạnh SB.

a/ Tìm giao tuyến (MBD) và (SAC)

b/ Tìm giao điểm N của SA và (MCD)

c/ Chứng minh rằng: AB, CD, MN đồng quy.

2.78. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, K lần lượt trên AD, BD, CD sao cho MN cắt AB tại I; MK cắt AC tại J; NK cắt BC tại H.

a/ Tìm giao tuyến (ANK) và (MBC)

b/ Chứng minh rằng: I, J, H thẳng hàng.

c/ Gọi O là một điểm trên BC. Tìm giao điểm AO và mp(MNK).

2.79. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SC.

a/ Tìm giao tuyến (NAD) và (SBC).

b/ Tìm giao điểm SD và (AMN).

c/ Tìm thiết diện hình chóp với (AMN).

2.80. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông. Gọi M, N lần lượt trên BC, SD.

a/ Tìm giao tuyến (NAC) và (SBD).

b/ Tìm giao điểm I của MN và (SAC)

c/ Xác định thiết diện của hình chóp với (BCN)

2.81. Cho hình chóp SABC. trong các miền tam giác SAB, SBC, SCA lần lượt lấy các điểm L, M, N sao cho các đường thẳng LM, MN, NL đều cắt

$mp(ABC)$.

a/ Xác định các giao điểm I, J, K của $mp(ABC)$ lần lượt với các đường thẳng LM, MN, NI.

b/ Chứng minh rằng: I, J, K thẳng hàng.

c/ Xác định thiết diện của hình chóp với (LMN).