

A. GIAO ĐIỂM CỦA 2 ĐƯỜNG THẺNG

1. Cho ΔABC và $S \in (ABC)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và $K \in AB$ sao cho $KB = \frac{1}{4} AB$
 - a/ Tìm giao điểm I của KN và AC
 - b/ Tìm giao điểm J của MK và SB
 - c/ Tìm giao điểm O của MI và SC
2. Cho hình vuông $ABCD$ và $S \in (ABCD)$. Gọi M, K lần lượt là trung điểm của SA, CD và $N \in SC$ sao cho $SN = 3NC$
 - a/ Tìm giao điểm I của MN và AC
 - b/ Tìm giao điểm J của NK và SD
 - c/ Tìm giao điểm O của IK và AD
3. Cho ΔABC vuông cân tại A và $S \in (ABC)$. Gọi I, J, K lần lượt trên SA, BC, SC , sao cho IK không song song AC và KJ không song song SB
 - a/ Tìm giao điểm M của IK và AC
 - b/ Tìm giao điểm N của KJ và SB
 - c/ Tìm giao điểm O của MJ và AB
4. Cho hình thang $ABCD$ đáy lớn AD và $S \in (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt trên SD, CD, AB sao cho IJ không song song SC và KJ không song song BC
 - a/ Tìm giao điểm M của IJ và SC
 - b/ Tìm giao điểm N của KJ và AD
 - c/ Tìm giao điểm E của SA và IN
5. Cho tứ giác lồi $ABCD$ và $S \in (ABCD)$. Gọi M, N, K lần lượt trên AB, BC, SC sao cho MN không song song AD, NK không song song SB

- a/ Tìm giao điểm I của MN và AD
- b/ Tìm giao điểm J của NK và SB
- c/ Tìm giao điểm O của MJ và SA

B. GIAO TUYẾN 2 MẶT PHẪNG

1. Cho tứ giác ABCD nằm trong mặt phẳng (α) có các cạnh đối không song song. Gọi $S \notin (\alpha)$. Tìm giao tuyến các cặp mặt phẳng sau:

- a/ (SBC) và (SAD)
- b/ (SAB) và (SCD)
- c/ (SAC) và (SBD)

2. Cho ΔABC và $S \notin (ABC)$. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm AB, BC, SA. Tìm giao tuyến các cặp mặt phẳng

- a/ (SDC) và (SAE)
- b/ (SDC) và (BFC)

3. Cho hình thang ABCD đáy lớn AD và $S \notin (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, CD. Tìm giao tuyến:

- a/ (MBD) và (SAC)
- b/ (SAN) và (SBC)
- c/ (BMN) và (SAD)

4. Cho ΔABC và $S \notin (ABC)$. Gọi M là trung điểm SA, $N \in AB$ sao cho $AN = 4NB$ và $K \in BC$ sao cho $BK = 3KC$. Tìm giao tuyến:

- a/ (MNK) và (SAC)
- b/ (MNK) và (SBC)

5. Cho 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AD và BC.

a/ Tìm giao tuyến (IBC) và (JAD)

b/ Gọi M, N lần lượt trên AB, AC. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (JAD) và (DMN); (IBC) và (DMN)

- 6. Cho hình bình hành ABCD và $S \notin (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SD và P là 1 điểm trên SC sao cho $SP > SC$. Tìm giao tuyến của (MNP) với các mặt phẳng (SAC), (SAB), (SAD) và (ABCD)
- 7. Cho 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M là một điểm nằm trong ΔABD , N là một điểm nằm trong ΔACD . Tìm giao tuyến :
 - a/ (AMN) và (BCD)
 - b/ (DMN) và (ABC)
- 8. Cho tứ giác ABCD và $S \notin (ABCD)$. Gọi I, J lần lượt trên SA, SB sao cho IJ không song song AB. Lấy điểm K trong tứ giác ABCD. Tìm giao tuyến của (IJK) với các mặt phẳng (ABCD), (SBC), (SAD).
- 9. Cho ΔABC và $S \notin (ABC)$. Lấy M, N, P lần lượt nằm trong ΔSAB , ΔSBC , ΔSCA . Tìm giao tuyến (MNP) với các mặt phẳng (ABC), (SAB).
- 10. Cho tứ giác ABCD và $S \notin (ABCD)$. Lấy M, N lần lượt nằm trong ΔSAB , ΔSAD . Lấy P trong tứ giác ABCD. Tìm giao tuyến (MNP) với các mp sau: (ABCD); (SAB); (SAD); (SAC); (SBC).

C. CHỨNG MINH 3 ĐIỂM THẲNG HÀNG

- 1. Cho $\Delta ABC \subset (\alpha)$ và mặt phẳng (β) đi qua BC. Trong (α) vẽ đường thẳng d cắt (β) tại D. CMR : B, C, D thẳng hàng
- 2. Cho $\Delta ABC \not\subset (\alpha)$. Giả sử AB, AC, BC cắt (α) lần lượt tại D, E, F. CMR: D, E, F thẳng hàng.
- 3. Cho $A \notin d$. Một mặt phẳng (α) không chứa A và cắt d tại B. Trên đường thẳng d' lấy 2 điểm C, D sao cho AC, AD cắt (α) lần lượt tại E, F. CMR: B, E, F thẳng hàng
- 4. Cho ΔABC và $S \notin (ABC)$. Trên các đoạn SA, SB, SC lần lượt lấy A', B', C' sao cho AB cắt A'B' tại D; BC cắt B'C' tại E; CA cắt C'A' tại F. CMR : D, E, F thẳng hàng .
- 5. Gọi d là giao tuyến (α) và (β) . Một đường thẳng qua 2 điểm A, B trong (α) cắt d tại C. Gọi M là 1 điểm ở ngoài (α) và (β) . Đường thẳng MA, MB cắt

CMR: C, E, F thẳng hàng

6. Trong (α) cho 2 đường thẳng $d_1 // d_2$. Lấy 2 điểm A, B không thuộc (α) sao cho AB cắt (α) tại I ($I \in d_1, d_2$). Mặt phẳng (β) qua AB cắt d_1 tại M và cắt d_2 tại N. CMR: I, M, N thẳng hàng.
7. Cho 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I là 1 điểm trên đường thẳng BD nhưng không thuộc đoạn BD. Trong (ABD) kẻ đường thẳng qua I cắt AB, AD lần lượt tại K và L. Trong (BCD) kẻ đường thẳng qua I cắt CB, CD lần lượt tại M, N.
- a/ Giả sử KM cắt LN tại H. CMR: A, C, H thẳng hàng
- b/ Gọi O_1, J lần lượt là giao điểm BN và DM; LM và KN. CMR: A, I, O_1 thẳng hàng
- c/ Gọi O_2 là giao điểm BL và DK. CMR: C, I, O_2 thẳng hàng
8. Cho ΔABC và $S \notin (ABC)$. Lấy $M \in \Delta ABC$. Một đường thẳng qua M và song song SA cắt (SBC) tại A' . Gọi N là giao điểm SA' và BC. CMR: A, M, N thẳng hàng

D GIAO ĐIỂM ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG.

1. Cho 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC, BC và $K \in BD$ với $BK > KD$.
- a/ Tìm giao điểm CD và (MNK)
- b/ Tìm giao điểm AD và (MNK)
2. Cho A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt trên AC, AD sao cho MN không song song CD. Gọi O là 1 điểm bên trong ΔBCD . Tìm giao điểm
- a/ CD và (OMN)
- b/ BC và (OMN)
- c/ BD và (OMN)
3. Cho A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M là trung điểm AB và N trong ΔBCD nhưng không nằm trên đường trung tuyến. Tìm giao điểm.

a/ BC và (DMN)

b/ AC và (DMN)

4. Cho hình vuông ABCD và $S \notin (ABCD)$. Gọi M, N, K lần lượt trên SB, SC, SD sao cho MK không song song với BD; MN không song song với BC. Tìm giao điểm

a/ MK và (ABCD)

b/ BC và (MNK)

5. Cho hình thang ABCD đáy lớn AD. Gọi M, N lần lượt trên SA, SD sao cho MN không song song với AD. Tìm giao điểm:

a/ MN và (ABCD)

b/ CD và (BMN)

* GIAO ĐIỂM CÓ MẶT PHẪNG PHỤ.

6. Cho hình bình hành ABCD và $S \notin (ABCD)$. Gọi $M \in S$. Tìm giao điểm AM và (SBD)

7. Cho ΔABC và $S \notin (ABC)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AB và $K \in BC$ sao cho $BK > KC$

Tìm giao điểm SC và (MNK)

8. Cho tứ giác ABCD và $S \notin (ABCD)$. Gọi M, N, K lần lượt trên SA, SB, SD sao cho MK không song song AD

a/ Tìm giao điểm MK và (ADN)

b/ Tìm giao điểm NK và (SAC)

c/ Tìm giao điểm MN và (SCD)

9. Cho A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, J lần lượt trên AB, AD sao cho IJ không song song BD và K nằm trong ΔBCD .

a/ Tìm giao điểm BC và (IJK)

b/ Tìm giao điểm JK và (ABC)

10. Cho hình vuông ABCD và $S \notin (ABCD)$. Gọi M, N, K lần lượt trên SA, SB,

SD sao cho MN không song song AB; MK không song song AD.

a/ Tìm giao điểm SC và (MNK)

b/ Tìm giao điểm BC và (MNK)

E. BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

1. Cho A, B, C, D không đồng phẳng. Lấy E, F, G lần lượt trên AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I; EG cắt AD tại H. CMR: CD, IG, FH đồng quy
2. Cho tứ giác ABCD có 2 đường chéo cắt nhau tại O và $S \notin (ABCD)$. Gọi M \in SC, N là giao điểm SB và (ADM).
CMR: SO, AM, DN đồng quy
3. Cho hình thang ABCD đáy lớn AD và $S \notin (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SC và E là giao điểm của AM và DN. CMR: SE, AB, CD đồng quy
4. Cho hình bình hành ABCD và $S \notin (ABCD)$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm SA, SD và I là giao điểm của BF, CE. CMR: AC, BD, SI đồng quy
5. Cho A, B, C, D không đồng phẳng. Lấy I, J lần lượt trên AB, AC, với IJ không song song BC. Gọi O là điểm nằm trong ΔBCD .
a/ Tìm giao điểm E của CD và (OIJ)
b/ Tìm giao điểm F của BD và (OIJ)
c/ Tìm giao điểm G của AD và (OIJ)
d/ Chứng minh rằng : AD, EJ, IF đồng quy.

F. THIẾT DIỆN

1. Cho tứ diện ABCD. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, BC. Trên CD lấy điểm M sao cho KM không song song với BD. Tìm thiết diện của tứ diện ABCD với mp (HKM).
2. Cho tứ diện ABCD. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Trên đường thẳng CD lấy điểm M ở ngoài đoạn CD. Tìm thiết diện của tứ diện ABCD với mp (HKM).

3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi H, K lần lượt là trung điểm CB, CD và M là trung điểm SA . Tìm thiết diện của hình chóp với (HKM) .

4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn AB . Lấy M, N lần lượt trên SC, SD sao cho MN không song song CD .

a/ Tìm thiết diện của hình chóp với (ABM)

b/ Tìm thiết diện của hình chóp với (AMN) .

ÔN TẬP CHƯƠNG I

1. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang, đáy lớn AD . Gọi M là một điểm thuộc cạnh SB .

a/ Tìm giao tuyến (MBD) và (SAC)

b/ Tìm giao điểm N của SA và (MCD)

c/ Chứng minh rằng : AB, CD, MN đồng quy.

2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, K lần lượt trên AD, BD, CD sao cho MN cắt AB tại I ; MK cắt AC tại J ; NK cắt BC tại H .

a/ Tìm giao tuyến (ANK) và (MBC)

b/ Chứng minh rằng : I, J, H thẳng hàng.

c/ Gọi O là một điểm trên BC . Tìm giao điểm AO và mp (MNK) .

3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SC .

a/ Tìm giao tuyến (NAD) và (SBC) .

b/ Tìm giao điểm SD và (AMN) .

c/ Tìm thiết diện hình chóp với (AMN) .

4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi M, N lần lượt trên BC, SD .

a/ Tìm giao tuyến (NAC) và (SBD) .

b/ Tìm giao điểm I của MN và (SAC)

c/ Xác định thiết diện của hình chóp với (BCN)

5. Cho hình chóp SABC. trong các miền tam giác SAB, SBC, SCA lần lượt lấy các điểm L, M, N sao cho các đường thẳng LM, MN, NL đều cắt mp(ABC).
- a/ Xác định các giao điểm I, J, K của mp(ABC) lần lượt với các đường thẳng LM, MN, NI.
- b/ Chứng minh rằng : I, J, K thẳng hàng.
- c/ Xác định thiết diện của hình chóp với (LMN)

Chương II

QUAN HỆ SONG SONG

A. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.

1. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB.

Chứng minh rằng : $MN \parallel CD$.

2. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông. Gọi H, K lần lượt trên SA, SB sao

$$\text{cho } \frac{SH}{SA} = \frac{SK}{SB} = \frac{1}{3}$$

Chứng minh rằng : $HK \parallel CD$.

3. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔABD .

Chứng minh rằng : $IJ \parallel CD$.

4. Cho hình chóp SABCD đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SC, CD, AD.

Chứng minh rằng : $MN \parallel PQ$.

5. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD.

a/ Chứng minh rằng : MPNQ là hình bình hành.

b/ Chứng minh rằng : MN, PQ, RS đồng quy tại trung điểm của mỗi đoạn.

B. GIAO TUYẾN HAI MẶT PHẲNG

1. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, AC, và $M \in AD$. Tìm