

PHẦN HÌNH HỌC:

Chương 1

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Loại 1 | CÁC QUAN HỆ CƠ BẢN SỬ DỤNG HỆ TIÊN ĐỀ

1*. Nêu các nguyên tắc vẽ hình biểu diễn của hình thực trong không gian.

Áp dụng:

- Cho tam giác BCD và điểm $A \notin (BCD)$. Nối A với các đỉnh B, C, D ta được tứ diện $ABCD$. Vẽ đường cao BH và trung tuyến BM của tam giác BCD . Vẽ trọng tâm của tam giác ACD .
- Vẽ tam giác vuông cân ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) nội tiếp trong đường tròn (O, R)

2*. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M thuộc đoạn AB , N thuộc đoạn AC sao cho đường thẳng MN cắt BC tại I .

- Điểm N thuộc những mặt phẳng nào?
- Tìm hai điểm chung của (BCD) và (DMN)
- Chứng minh: $MN \subset (ABC)$

3. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm đoạn BC . Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác SBC và ABC .

- Chứng minh $G \in (SBC) \cap (SAM)$
- Chứng minh $GG' \subset (MAS)$

4. Trong mặt phẳng α cho hai đường thẳng song song a và b . Lấy các điểm $A \in a, B \in b$ và $O \notin \alpha$.

- Điểm A thuộc những mặt phẳng nào? Tại sao?

b. Tìm điểm chung của 3 mặt phẳng (O, a) , (O, b) , (OAB)

Loại 2

CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU, CHÉO NHAU

5*. Cho đường thẳng $a \subset \alpha$ và đường thẳng b cắt α tại điểm B sao cho $B \notin a$. Chứng minh a và b chéo nhau.

6*. Cho tứ giác $ABCD$ và điểm $S \notin (ABCD)$. Nối S với các đỉnh của tứ giác ta được hình chóp $S. ABCD$.

- a. Liệt kê các mặt phẳng có được
- b. Liệt kê các cặp cạnh chéo nhau.

7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh AB , N thuộc cạnh AC sao cho $AN = \frac{2}{3} AC$. Gọi I là một điểm ở bên trong tam giác BCD .

- a. Chứng minh đường thẳng MN cắt BC
- b. Tìm hai điểm chung của (DBC) và (DMN)
- c. Chứng minh AI và BC chéo nhau

Loại 3

TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẪNG

8*. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC .

- a. Tìm $(IBC) \cap (JAD)$
- b. Lấy M thuộc cạnh AB , N thuộc cạnh AC sao cho $AM = \frac{2}{3} AB$
 $AN = \frac{1}{4} AC$. Tìm $(IBC) \cap (DMN)$.

9. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M thuộc cạnh AB , N thuộc cạnh AC sao cho đường thẳng MN cắt BC . Gọi I là một điểm ở bên trong tam giác BCD .

- a. Tìm $(MNI) \cap (BCD)$

b. Tìm $(MNI) \cap (ABD)$

c. Tìm $(MNI) \cap (ACD)$

10*. Cho hình chóp $S. ABCD$ đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$).

Lấy điểm M thuộc cạnh SC sao cho $M \neq S$ và $M \neq C$. Tìm:

a. $(SAC) \cap (SBD)$

b. $(SAD) \cap (SBC)$

c. $(ADM) \cap (SBC)$

11. Cho hình chóp $S. ABCD$, đáy là tứ giác $ABCD$, $AD \cap BC = E$,

$AC \cap BD = F$. Trên các cạnh AD, SA, SB lần lượt lấy các điểm

M, N, P không trùng với các đỉnh của hình chóp sao cho đường

thẳng NP cắt AB . Tìm:

a. $(SAD) \cap (SBC); (SAC) \cap (SBD)$

b. $(SEF) \cap (SAB); (SEF) \cap (SCD)$

c. $(MNP) \cap (SAD); (MNP) \cap (SAB); (MNP) \cap (ABCD)$

d. $(MNP) \cap (SBC)$

e. $(MNP) \cap (SCD)$

12. Cho hình chóp $S. ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi $M,$

N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, SO . Tìm:

a. $(MNP) \cap (SAB)$

b. $(MNP) \cap (SAD)$

c. $(MNP) \cap (SBC)$

d. $(MNP) \cap (SCD)$

Loại 4

TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

13*. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC . Trên cạnh BD lấy điểm P sao cho $2BP = PD$. Lấy Q thuộc cạnh AB sao cho QM cắt BC . Tìm:

a. $CD \cap (MNP)$.

b. $AD \cap (MNP)$

c. $(MPQ) \cap (BCD)$.

d. $CD \cap (MPQ)$

e. $AD \cap (MPQ)$.

14. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA, SB . Trên cạnh SC lấy điểm K sao cho $CK=3KS$.

- a. Tìm $BC \cap (IHK)$.
- b. Gọi M là trung điểm đoạn IH . Tìm $KM \cap (ABC)$.

15*. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC và AD lấy lần lượt 2 điểm M và N ; E là một điểm nằm trong tam giác BCD .

- a. Tìm $MN \cap (ABE)$
- b. Tìm $AE \cap (BMN)$

16. Cho hình chóp $S.ABCD$. Lấy điểm M thuộc cạnh SC , P thuộc cạnh SA , Q thuộc cạnh SB ; $AC \cap BD = O$.

- a. Tìm $SO \cap (MPQ)$
- b. Tìm $SD \cap (MPQ)$
- c. Tìm $AM \cap (SBD)$
- d. Gọi N là một điểm thuộc cạnh CD . Tìm $SB \cap (AMN)$.

17. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SB , G là trọng tâm của tam giác SAD .

a. Tìm giao điểm I của GM và $(ABCD)$. Chứng minh $I \in CD$ và $IC = 2ID$.

b. Tìm giao điểm J của AD và (OMG) . Tính $\frac{JA}{JD}$.

c. Tìm giao điểm K của SA và (OMG) . Tính $\frac{KA}{KS}$.

Loại 5

CHỨNG MINH 3 ĐIỂM THẲNG HÀNG. CHỨNG MINH 3 ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

18*. Cho 2 mặt phẳng α và β cắt nhau theo giao tuyến d . Trong α lấy 2 điểm A, B sao cho $AB \cap d = C$. Gọi S là một điểm ở ngoài α và β và $SA \cap \beta = E, SB \cap \beta = F$.

- a. Chứng minh 3 điểm S, A, B không thẳng hàng.
- b. Chứng minh 3 điểm C, E, F thẳng hàng.
- c. Chứng minh 3 đường thẳng AB, EF, d đồng quy.

19*. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành. Lấy trên 3 cạnh SA, SB, SC lần lượt 3 điểm M, N, P sao cho $MN \cap AB = I$, $MP \cap AC = J$ và $NP \cap BC = K$.

- a. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.
- b. Tìm $(MNP) \cap (SCD)$
- c. Tìm $(MNP) \cap (SAD)$

20. Cho hình chóp S.ABCD, đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M và N là trung điểm của AB và SC.

- a. Tìm $I = AN \cap (SBD)$.
- b. Tìm $K = MN \cap (SBD)$.
- c. Tính tỷ số $\frac{KM}{KN} = 1$
- d. Chứng minh rằng B, I, K thẳng hàng và tính tỷ số $\frac{IB}{IK} = 1\frac{8}{3}$

21. Cho tứ diện ABCD. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD, ADB, ABC. Chứng minh các đường thẳng AA', BB', CC', DD' đồng quy tại điểm G gọi là trọng tâm của tứ diện và chứng minh rằng:

$$\frac{GA'}{GA} = \frac{GB'}{GB} = \frac{GC'}{GC} = \frac{GD'}{GD} = \frac{1}{3}$$

22*. Trong không gian cho 2 tam giác ABC và A'B'C' không đồng phẳng sao cho $AB \cap A'B' = D$; $BC \cap B'C' = E$ và $CA \cap C'A' = F$.

- a. Chứng minh D, E, F thẳng hàng.
- b. Giả sử ba đường thẳng AA', BB', CC' không cùng phương. Chứng minh chúng đồng quy.

Loại 6

CHỨNG MINH MỘT ĐƯỜNG THẲNG DI ĐỘNG LUÔN ĐI QUA MỘT ĐIỂM CỐ ĐỊNH

23*. Cho tứ diện S.ABC, I là trung điểm của SA, J là trung điểm

của BC. Gọi M là một điểm di động trên đoạn IJ, N di động trên cạnh SC.

- Tìm $P = MC \cap (SAB)$.
- Tìm $(SMP) \cap (ABC)$.
- Tìm $E = MN \cap (ABC)$.
- Gọi $F = IN \cap AC$. Chứng minh EF luôn đi qua một điểm cố định khi M, N di động. (J)

24. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang có đáy lớn là AB. Gọi I là trung điểm của SC. Mặt phẳng α quay quanh AI cắt SB, SD tại M, N. Cho $M \in SB \Rightarrow \alpha = (AIM) \rightarrow$ Tìm

- Chứng minh MN luôn đi qua một điểm cố định. N.bq (SAD)
- Gọi $P = IM \cap BC$; $Q = IN \cap CD$. Chứng minh PQ luôn đi qua một điểm cố định. $\cap (SBC)$

Loại 7

TÌM TẬP HỢP GIAO ĐIỂM CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG DI ĐỘNG

25* Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J là trung điểm các cạnh AC, BC. Mặt phẳng α quay quanh IJ cắt hai cạnh AD, BD lần lượt tại K, L. Tìm tập hợp giao điểm M của IK và JL.

26. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi $O = AC \cap BD$; H, K là trung điểm của SA, SB, M là một điểm di động trên cạnh SC. Mặt phẳng (HKM) cắt SD tại N.

- Tìm tập hợp giao điểm I của HM và KN.
- Tìm tập hợp giao điểm J của HN và KM.

Loại 8

THIẾT DIỆN CỦA HÌNH CHÓP VÀ MẶT PHẲNG

27* Cho hình chóp S.ABC. Gọi K, N là trung điểm của SA, BC. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = \frac{2}{3}MC$.

- Tìm thiết diện của hình chóp và mp (KMN).

b. Mặt phẳng (KMN) cắt AB tại L. Tính tỷ số $\frac{LA}{LB}$.

28. Cho hình chóp S.ABCD. Lấy M, N trên cạnh SA, SB sao cho $MN \cap AB = E$. Gọi $O = AC \cap BD$. Tìm thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (MNO).

29*. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang (AB là đáy lớn). Gọi M, N là trung điểm của SB, SC.

- Tìm $(SAD) \cap (SBC)$ và $(SAC) \cap (SBD)$.
- Tìm $SD \cap (AMN)$.
- Tìm $SA \cap (DMN)$.
- Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD và mặt phẳng (AMN).

30. Cho hình chóp S.ABCD. Lấy M, N, K lần lượt thuộc cạnh AB, AD, SC. Gọi $E = MN \cap BC$.

- Tìm $P = SB \cap (MNK)$.
- Tìm $H = SD \cap (MNK)$.
- Tìm thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (MNK).

Loại 9 | BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG I

31*. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J là trung điểm của AC, BC. Lấy K thuộc cạnh BD sao cho $BK = 2KD$.

- Tìm $E = CD \cap (IJK)$.
- Chứng minh $DE = DC$.
- Tìm thiết diện của tứ diện ABCD và mặt phẳng (IJK).
- Tìm hình tính của thiết diện.

32. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi E, F là trung điểm của SA, SB. Gọi M là một điểm di động trên cạnh SC; $H = AD \cap BC$, $K = AB \cap CD$.

- Tìm $I = EM \cap (SBD)$.

- b. Tìm thiết diện EFMN của hình chóp và mặt phẳng (EFM).
- c. Gọi $O = AC \cap BD$. Chứng minh EM, FN và SO đồng quy.
- d. Chứng minh rằng giao điểm của EF và MN cố định.
- e. Tìm tập hợp giao điểm P của EN và FM.

33* Cho hình chóp S.ABCD. Lấy M thuộc cạnh BC, N thuộc cạnh SD.

- a. Tìm $I = BN \cap (SAC)$.
- b. Tìm $J = MN \cap (SAC)$.
- c. Gọi $K = DM \cap AC$. Chứng minh S, K, J thẳng hàng.
- d. Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD và mặt phẳng (BCN).

34. Cho tứ diện đều ABCD. Gọi I là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi E là trung điểm của AI. Dựng $EK \perp AD$ ($K \in AD$). Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

- a. Chứng minh E, K, G thẳng hàng. Suy ra $EK = EG$.
- b. Tìm thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (BCE).
- c. Gọi $L = AD \cap (BCE)$. Tính tỷ số $\frac{LA}{LD}$.