

- a) F là phép hợp thành của hai phép nào ? F có phải là phép dời hình hay không ?  
 b) Chứng tỏ F là phép đối xứng tâm.

1.73. Cho đường tròn  $(O; R)$  và điểm A cố định. Một dây cung BC thay đổi của  $(O; R)$  có độ dài không đổi  $BC = 2m$ . Tìm quỹ tích các điểm G sao cho:  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ .

**Chương II**

**ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN - QUAN HỆ SONG SONG.**

**A. GIAO ĐIỂM CỦA 2 ĐƯỜNG THẲNG**

2.1. Cho  $\Delta ABC$  và  $S \notin (ABC)$ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và

$K \in AB$  sao cho  $KB = \frac{1}{4} AB$

- a/ Tìm giao điểm I của KN và AC  
 b/ Tìm giao điểm J của MK và SB  
 c/ Tìm giao điểm O của MI và SC

2.2. Cho hình vuông ABCD và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi M, K lần lượt là trung điểm của SA, CD và  $N \in SC$  sao cho  $SN = 3NC$

- a/ Tìm giao điểm I của MN và AC  
 b/ Tìm giao điểm J của NK và SD  
 c/ Tìm giao điểm O của IK và AD

2.3. Cho  $\Delta ABC$  vuông cân tại A và  $S \notin (ABC)$ . Gọi I, J, K lần lượt trên SA, BC, SC, sao cho IK không song song AC và KJ không song song SB

- a/ Tìm giao điểm M của IK và AC  
 b/ Tìm giao điểm N của KJ và SB  
 c/ Tìm giao điểm O của MJ và AB

2.4. Cho hình thang ABCD đáy lớn AD và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi I, J, K lần lượt trên SD, CD, AB sao cho IJ không song song SC và KJ không song song BC

- a/ Tìm giao điểm M của IJ và SC



b/ Tìm giao điểm N của KJ và AD

c/ Tìm giao điểm E của SA và IN

2.5. Cho tứ giác lồi ABCD và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi M, N, K lần lượt trên AB, BC, SC sao cho MN không song song AD, NK không song song SB

a/ Tìm giao điểm I của MN và AD

b/ Tìm giao điểm J của NK và SB

c/ Tìm giao điểm O của MJ và SA

### **B. GIAO TUYẾN 2 MẶT PHẪNG**

2.6. Cho tứ giác ABCD nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  có các cạnh đối không song song. Gọi  $S \notin (\alpha)$ . Tìm giao tuyến các cặp mặt phẳng sau:

a/ (SBC) và (SAD)

b/ (SAB) và (SCD)

c/ (SAC) và (SBD)

2.7. Cho  $\Delta ABC$  và  $S \notin (ABC)$ . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm AB, BC, SA. Tìm giao tuyến các cặp mặt phẳng

a/ (SDC) và (SAE)

b/ (SDC) và (BFC)

2.8. Cho hình thang ABCD đáy lớn AD và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, CD. Tìm giao tuyến:

a/ (MBD) và (SAC)

b/ (SAN) và (SBC)

c/ (BMN) và (SAD)

2.9. Cho  $\Delta ABC$  và  $S \notin (ABC)$ . Gọi M là trung điểm SA,  $N \in AB$  sao cho  $AN = 4NB$  và  $K \in BC$  sao cho  $BK = 3KC$ . Tìm giao tuyến:

a/ (MNK) và (SAC)

b/ (MNK) và (SBC)

2.10. Cho 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AD và BC.



- a/ Tìm giao tuyến (IBC) và (JAD)
- b/ Gọi M, N lần lượt trên AB, AC. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (JAD) và (DMN) ; (IBC) và (DMN)
- 2.11. Cho hình bình hành ABCD và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SD và P là 1 điểm trên SC sao cho  $SP > SC$ . Tìm giao tuyến của (MNP) với các mặt phẳng (SAC), (SAB), (SAD) và (ABCD)
- 2.12. Cho 4 điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M là một điểm nằm trong  $\Delta ABD$ , N là một điểm nằm trong  $\Delta ACD$ . Tìm giao tuyến:
- a/ (AMN) và (BCD)
- b/ (DMN) và (ABC)
- 2.13. Cho tứ giác ABCD và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi I, J lần lượt trên SA, SB sao cho IJ không song song AB. Lấy điểm K trong tứ giác ABCD. Tìm giao tuyến của (IJK) với các mặt phẳng (ABCD), (SBC), (SAD).
- 2.14. Cho  $\Delta ABC$  và  $S \notin (ABC)$ . Lấy M, N, P lần lượt nằm trong  $\Delta SAB$ ,  $\Delta SBC$ ,  $\Delta SCA$ . Tìm giao tuyến (MNP) với các mặt phẳng (ABC), (SAB).
- 2.15. Cho tứ giác ABCD và  $S \notin (ABCD)$ . Lấy M, N lần lượt nằm trong  $\Delta SAB$ ,  $\Delta SAD$ . Lấy P trong tứ giác ABCD. Tìm giao tuyến (MNP) với các m-ph sau: (ABCD); (SAB); (SAD); (SAC); (SBC).

### **C. CHỨNG MINH 3 ĐIỂM THẲNG HÀNG**

- 2.16. Cho  $\Delta ABC \subset (\alpha)$  và mặt phẳng  $(\beta)$  đi qua BC. Trong  $(\alpha)$  vẽ đường thẳng d cắt  $(\beta)$  tại D. CMR: B, C, D thẳng hàng
- 2.17. Cho  $\Delta ABC \subset (\alpha)$ . Giả sử AB, AC, BC cắt  $(\alpha)$  lần lượt tại D, E, F. CMR: D, E, F thẳng hàng.
- 2.18. Cho  $A \notin d$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  không chứa A và cắt d tại B. Trên đường thẳng d' lấy 2 điểm C, D sao cho AC, AD cắt  $(\alpha)$  lần lượt tại E, F. CMR: B, E, F thẳng hàng
- 2.19. Cho  $\Delta ABC$  và  $S \notin (ABC)$ . Trên các đoạn SA, SB, SC lần lượt lấy A', B', C' sao cho AB cắt A'B' tại D; BC cắt B'C' tại E; CA cắt C'A' tại F. CMR: D, E, F thẳng hàng.



2.20. Gọi  $d$  là giao tuyến  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ . Một đường thẳng qua 2 điểm  $A, B$  trong  $(\alpha)$  cắt  $d$  tại  $C$ . Gọi  $M$  là 1 điểm ở ngoài  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ . Đường thẳng  $MA, MB$  cắt  $(\beta)$  lần lượt tại  $E, F$ .

CMR:  $C, E, F$  thẳng hàng

2.21. Trong  $(\alpha)$  cho 2 đường thẳng  $d_1 // d_2$ . Lấy 2 điểm  $A, B$  không thuộc  $(\alpha)$  sao cho  $AB$  cắt  $(\alpha)$  tại  $I$  ( $I \notin d_1, d_2$ ). Mặt phẳng  $(\beta)$  qua  $AB$  cắt  $d_1$  tại  $M$  và cắt  $d_2$  tại  $N$ . CMR:  $I, M, N$  thẳng hàng.

2.22. Cho 4 điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $I$  là 1 điểm trên đường thẳng  $BD$  nhưng không thuộc đoạn  $BD$ . Trong  $(ABD)$  kẻ đường thẳng qua  $I$  cắt  $AB, AD$  lần lượt tại  $K$  và  $L$ . Trong  $(BCD)$  kẻ đường thẳng qua  $I$  cắt  $CB, CD$  lần lượt tại  $M, N$ .

a/ Giả sử  $KM$  cắt  $LN$  tại  $H$ . CMR:  $A, C, H$  thẳng hàng

b/ Gọi  $O_1, J$  lần lượt là giao điểm  $BN$  và  $DM; LM$  và  $KN$ . CMR:  $A, I, O_1$  thẳng hàng

c/ Gọi  $O_2$  là giao điểm  $BL$  và  $DK$ . CMR:  $C, I, O_2$  thẳng hàng

2.23. Cho  $\Delta ABC$  và  $S \notin (ABC)$ . Lấy  $M \in \Delta ABC$ . Một đường thẳng qua  $M$  và song song  $SA$  cắt  $(SBC)$  tại  $A'$ . Gọi  $N$  là giao điểm  $SA'$  và  $BC$ . CMR:  $A, M, N$  thẳng hàng

### **D** GIAO ĐIỂM ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG.

2.24. Cho 4 điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AC, BC$  và  $K \in BD$  với  $BK > KD$ .

a/ Tìm giao điểm  $CD$  và  $(MNK)$

b / Tìm giao điểm  $AD$  và  $(MNK)$

2.25. Cho  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $M, N$  lần lượt trên  $AC, AD$  sao cho  $MN$  không song song  $CD$ . Gọi  $O$  là 1 điểm bên trong  $\Delta BCD$ . Tìm giao điểm

a/  $CD$  và  $(OMN)$

b/  $BC$  và  $(OMN)$

c/  $BD$  và  $(OMN)$



- 2.26. Cho  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$  và  $N$  trong  $\Delta BCD$  nhưng không nằm trên đường trung tuyến. Tìm giao điểm.
- $BC$  và  $(DMN)$
  - $AC$  và  $(DMN)$
- 2.264. Cho hình vuông  $ABCD$  và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi  $M, N, K$  lần lượt trên  $SB, SC, SD$  sao cho  $MK$  không song song với  $BD$ ;  $MN$  không song song với  $BC$ . Tìm giao điểm
- $MK$  và  $(ABCD)$
  - $BC$  và  $(MNK)$
- 2.28. Cho hình thang  $ABCD$  đáy lớn  $AD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt trên  $SA, SD$  sao cho  $MN$  không song song với  $AD$ . Tìm giao điểm:
- $MN$  và  $(ABCD)$
  - $CD$  và  $(BMN)$
- 2.29. Cho hình bình hành  $ABCD$  và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi  $M \in S$ . Tìm giao điểm  $AM$  và  $(SBD)$
- 2.30. Cho  $\Delta ABC$  và  $S \notin (ABC)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA, AB$  và  $K \in BC$  sao cho  $BK > KC$
- Tìm giao điểm  $SC$  và  $(MNK)$
- 2.31. Cho tứ giác  $ABCD$  và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi  $M, N, K$  lần lượt trên  $SA, SB, SD$  sao cho  $MK$  không song song  $AD$
- Tìm giao điểm  $MK$  và  $(ADN)$
  - Tìm giao điểm  $NK$  và  $(SAC)$
  - Tìm giao điểm  $MN$  và  $(SCD)$
- 2.32. Cho  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $I, J$  lần lượt trên  $AB, AD$  sao cho  $IJ$  không song song  $BD$  và  $K$  nằm trong  $\Delta BCD$ .
- Tìm giao điểm  $BC$  và  $(IJK)$
  - Tìm giao điểm  $JK$  và  $(ABC)$
- 2.33. Cho hình vuông  $ABCD$  và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi  $M, N, K$  lần lượt trên  $SA, SB, SD$  sao cho  $MN$  không song song  $AB$ ;  $MK$  không song song  $AD$ .



a/ Tìm giao điểm SC và (MNK)

b/ Tìm giao điểm BC và (MNK)

### **E. BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY**

2.34. Cho A, B, C, D không đồng phẳng. Lấy E, F, G lần lượt trên AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I; EG cắt AD tại H. CMR: CD, IG, FH đồng quy

2.35. Cho tứ giác ABCD có 2 đường chéo cắt nhau tại O và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi M  $\in$  SC, N là giao điểm SB và (ADM) .

CMR: SO, AM, DN đồng quy

2.36. Cho hình thang ABCD đáy lớn AD và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SC và E là giao điểm của AM và DN. CMR: SE, AB, CD đồng quy

2.37. Cho hình bình hành ABCD và  $S \notin (ABCD)$ . Gọi E, F lần lượt là trung điểm SA, SD và I là giao điểm của BF, CE. CMR: AC, BD, SI đồng quy

2.38. Cho A, B, C, D không đồng phẳng. Lấy I, J lần lượt trên AB, AC, với IJ không song song BC. Gọi O là điểm nằm trong  $\Delta BCD$ .

a/ Tìm giao điểm E của CD và (OIJ)

b/ Tìm giao điểm F của BD và (OIJ)

c/ Tìm giao điểm G của AD và (OIJ)

d/ Chứng minh rằng: AD, EJ, IF đồng quy.

### **F. THIẾT DIỆN**

2.39. Cho tứ diện ABCD. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, BC. Trên CD lấy điểm M sao cho KM không song song với BD. Tìm thiết diện của tứ diện ABCD với mp (HKM).

2.40. Cho tứ diện ABCD. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Trên đường thẳng CD lấy điểm M ở ngoài đoạn CD. Tìm thiết diện của tứ diện ABCD với mp (HKM).

2.41. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi H, K lần lượt là trung điểm CB, CD và M là trung điểm SA. Tìm thiết diện của hình chóp



2.42. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, đáy lớn AB. Lấy M, N lần lượt trên SC, SD sao cho MN không song song CD.

a/ Tìm thiết diện của hình chóp với (ABM)

b/ Tìm thiết diện của hình chóp với (AMN).

### G. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.

2.43. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB.

Chứng minh rằng:  $MN \parallel CD$ .

2.44. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông. Gọi H, K lần lượt trên SA, SB

sao cho  $\frac{SH}{SA} = \frac{SK}{SB} = \frac{1}{3}$

Chứng minh rằng:  $HK \parallel CD$ .

2.45. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm  $\triangle ABC$  và  $\triangle ABD$ .

Chứng minh rằng:  $IJ \parallel CD$ .

2.46. Cho hình chóp SABCD đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SC, CD, AD.

Chứng minh rằng:  $MN \parallel PQ$ .

2.47. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD.

a/ Chứng minh rằng: MPNQ là hình bình hành.

b/ Chứng minh rằng: MN, PQ, RS đồng quy tại trung điểm của mỗi đoạn.

### H. GIAO TUYẾN HAI MẶT PHẪNG (DÙNG TÍNH CHẤT SONG SONG).

2.48. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, AC, và  $M \in AD$ . Tìm giao tuyến (MIJ) và (ABD).

2.49. Cho hình chóp SABCD, đáy hình vuông. Gọi  $M \in SC$ . Tìm giao tuyến (MAD) và (SBC).



2.50. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC. Tìm giao tuyến (BCD) và (DMN).

2.51. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông. Gọi I, K lần lượt là trung điểm SB, SD. Tìm giao tuyến:

a/ (CDI) và (SAB).

b/ (AIK) và (ABCD)

c/ (KBC) và (SAD)

2.52. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N là trung điểm AB, AC. Mặt phẳng ( $\alpha$ ) chứa MN cắt CD, BD tại E, F.

a/ Chứng minh rằng: MNEF là hình thang.

b/ Xác định ( $\alpha$ ) để MNEF là hình bình hành.

2.53. Cho hình chóp SABCD, đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB và  $E \in SC$ .

a/ Tìm giao tuyến (MBC) và (SAD).

b/ Gọi F là giao điểm của SD và (MNE). Chứng minh rằng: MNEF thường là hình thang.

2.54. Cho hình chóp SABCD đáy hình vuông, tâm O. Gọi H, K lần lượt trên SA, SD sao cho HK song song AD.

a/ Tìm giao tuyến (SAB) và (HCD); (OHK) và (ABCD).

b/ Mặt phẳng ( $\alpha$ ) chứa HK và cắt SC, SD tại M, N. Chứng minh rằng: HKMN là hình thang. Khi nào HKMN là hình thoi.

2.55. Cho hình chóp SABCD đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AD, BC và G là trọng tâm  $\Delta SAB$

a/ Tìm  $(SIJ) \cap (SAB)$  và  $(GIJ) \cap (SAB)$

b/ Xác định thiết diện của hình chóp với (GIJ). Thiết diện là hình gì?

### I. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG

2.56. Cho hình chóp SABC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, SB.

Chứng minh rằng:  $SA \parallel (CMN)$ .



2.57. Cho hình chóp SABCD có đáy lớn là hình bình hành, tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AD và I, J lần lượt trên SM, SN sao cho:

$$\frac{SI}{SM} = \frac{SJ}{SN} = \frac{2}{3}$$

a/ Chứng minh rằng:  $MN \parallel (SBD)$

b/ Chứng minh rằng:  $IJ \parallel (SBD)$

c/ Chứng minh rằng:  $SC \parallel (IJO)$

2.58. Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm  $\triangle ABD$  và  $M \in BC$  thỏa  $MB = 2MC$ . Chứng minh rằng:  $MG \parallel (ACD)$

2.59. Cho hình chóp SABCD có đáy hình thang, đáy lớn AD. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm AB, CD, SA.

Chứng minh rằng:  $MN \parallel (SBC)$ ,  $SB \parallel (MNP)$ ,  $SC \parallel (MNP)$

2.60. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông tâm O. Gọi M, K lần lượt là trung điểm SB, SD.

Chứng minh rằng:  $BD \parallel (AMK)$ ;  $MO \parallel (SCD)$ ;  $SB \parallel (AKO)$

2.61. Cho hình chóp SABC. Gọi M, N lần lượt trên AB, BC, mp( $\alpha$ ) qua MN và song song SB cắt SA, SC tại Q, P.

Chứng minh rằng: MNPQ là hình thang

2.62. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD. Mp( $\alpha$ ) qua MN cắt SB, SC tại Q; P.

a/ Chứng minh rằng:  $BC \parallel (MNPQ)$

b/ Chứng minh rằng: MNPQ là hình thang. Khi nào MNPQ là hình bình hành?

2.63. Cho hình chóp SABCD đáy hình thang, đáy lớn AD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Gọi P  $\in$  SD

a/ Chứng minh rằng:  $AD \parallel (MNP)$

b/ Hình tính thiết diện của hình chóp SABCD và (MNP)

c/ Gọi I là giao điểm AB và CD. Tìm điều kiện của M để thiết diện trên là hình bình hành.



2.64. Cho hình chóp SABCD. M, N là hai điểm trên AB, CD.  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua MN và song song SA.

a/ Tìm các giao tuyến của  $(\alpha)$  với (SAB) và (SAC)

b/ Xác định thiết diện của hình chóp với  $(\alpha)$

c/ Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang.

2.65. Cho hình chóp SABCD, đáy là hình bình hành tâm O. M là trung điểm SB. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng  $(\alpha)$  trong các trường hợp sau:

a/  $(\alpha)$  qua M và song song với SO, AD

b/  $(\alpha)$  qua O và song song với AM, SC

### **K. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG**

2.66. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, SB, BC.

Chứng minh rằng:  $(MNP) // (SCD)$

2.67. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm AC, BC, CD

Chứng minh rằng:  $(IJK) // (ABD)$

2.68. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD.

Chứng minh rằng:  $(OMN) // (SBC)$

2.69. Cho hình chóp SABCD đáy hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm SA, AD, BC.

Chứng minh rằng:  $(IJK) // (SCD)$ .

2.70. Từ các đỉnh của hình bình hành ABCD, dựng các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt song song và ở cùng phía đối với mp (ABCD). Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt Ax, By, Cz, Dt lần lượt tại A', B', C', D'.

a/ Chứng minh rằng: mp (AA', BB') // mp (CC', DD')

b/ Chứng tỏ A'B'C'D' là hình bình hành

c/ Chứng minh rằng:  $AA' + CC' = BB' + DD'$ .



**L. HÌNH LĂNG TRỤ - HÌNH HỘP.**

- 2.71. Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC . A'B'C'$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $A'B'$ .
- Chứng minh rằng:  $CB' // mp (AHC')$
  - Tìm giao tuyến  $d$  của  $(AB'C')$  và  $(A'BC)$ . Chứng minh rằng  $d // (BB'C'C)$
  - Xác định thiết diện của  $mp(H, d)$  với lăng trụ  $ABC . A'B'C'$ .
- 2.72. Cho lăng trụ  $ABC . A'B'C'$ . Gọi  $I, I'$  lần lượt là trung điểm  $BC, B'C'$
- Chứng minh rằng:  $AI // A'I'$ .
  - Tìm giao điểm  $IA'$  và  $mp (AB'C')$ .
  - Tìm giao tuyến của  $(AB'C')$  và  $(A'BC)$ .
- 2.73. Cho hình hộp  $ABCD . A'B'C'D'$
- Tìm giao tuyến  $(BA'C')$  và  $(ABCD)$
  - Chứng minh rằng:  $mp (BDA') // mp (B'D'C)$
  - Tìm giao điểm  $B'D$  và  $mp (BA'C')$
  - Chứng minh rằng  $AC'$  đi qua trọng tâm  $G_1, G_2$  của tam giác  $BDA'$  và tam giác  $B'D'C$ , và  $G_1, G_2$  chia  $AC'$  thành 3 đoạn bằng nhau.

**ÔN TẬP CHƯƠNG II**

- 2.74. Cho hình chóp  $SABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt trên  $AB, CD$  và  $mp (\alpha)$  qua  $MN$  song song với  $SA$ .
- Tìm các giao tuyến của  $(\alpha)$  với  $(SAB)$  và  $(SAC)$
  - Xác định thiết diện của hình chóp với  $(\alpha)$
  - Tìm điều kiện của  $MN$  để thiết diện là hình thang
- 2.75. Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $BD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $IK$  cắt  $CA, CB$  lần lượt tại  $M, N$ .
- Tứ giác  $MNKI$  có tính chất gì? Với vị trí nào của  $(\alpha)$  tứ giác đó là hình bình hành?
  - Gọi  $O$  là giao điểm  $MI$  và  $NK$ . Chứng tỏ rằng  $O$  luôn luôn nằm trên đường thẳng cố định.
  - Gọi  $d = (\alpha) \cap (OAB)$ . Chứng minh rằng: Khi  $(\alpha)$  thay đổi thì  $d$  luôn



nằm trong một mặt phẳng cố định.

2.76. Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của 2 cạnh  $AA'$  và  $CC'$ . Gọi  $P \in DD'$

a/ Xác định giao điểm  $Q$  của  $BB'$  và  $(MNP)$ .

b/ Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt hình hộp theo 1 thiết diện. Thiết diện đó có tính chất gì?

c/ Tìm  $(MNP) \cap (ABCD)$

2.77. Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình thang, đáy lớn  $AD$ . Gọi  $M$  là một điểm thuộc cạnh  $SB$ .

a/ Tìm giao tuyến  $(MBD)$  và  $(SAC)$

b/ Tìm giao điểm  $N$  của  $SA$  và  $(MCD)$

c/ Chứng minh rằng:  $AB, CD, MN$  đồng quy.

2.78. Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, K$  lần lượt trên  $AD, BD, CD$  sao cho  $MN$  cắt  $AB$  tại  $I$ ;  $MK$  cắt  $AC$  tại  $J$ ;  $NK$  cắt  $BC$  tại  $H$ .

a/ Tìm giao tuyến  $(ANK)$  và  $(MBC)$

b/ Chứng minh rằng:  $I, J, H$  thẳng hàng.

c/ Gọi  $O$  là một điểm trên  $BC$ . Tìm giao điểm  $AO$  và  $mp(MNK)$ .

2.79. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang, đáy lớn  $AB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SB, SC$ .

a/ Tìm giao tuyến  $(NAD)$  và  $(SBC)$ .

b/ Tìm giao điểm  $SD$  và  $(AMN)$ .

c/ Tìm thiết diện hình chóp với  $(AMN)$ .

2.80. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông. Gọi  $M, N$  lần lượt trên  $BC, SD$ .

a/ Tìm giao tuyến  $(NAC)$  và  $(SBD)$ .

b/ Tìm giao điểm  $I$  của  $MN$  và  $(SAC)$

c/ Xác định thiết diện của hình chóp với  $(BCN)$

2.81. Cho hình chóp  $SABC$ . trong các miền tam giác  $SAB, SBC, SCA$  lần lượt lấy các điểm  $L, M, N$  sao cho các đường thẳng  $LM, MN, NL$  đều cắt



Bài tập TOÁN - Khối 11 Học kỳ I

$mp(ABC)$ .

a/ Xác định các giao điểm I, J, K của  $mp(ABC)$  lần lượt với các đường thẳng LM, MN, NI.

b/ Chứng minh rằng: I, J, K thẳng hàng.

c/ Xác định thiết diện của hình chóp với (LMN).