

VẤN ĐỀ 3. ĐẠI SỐ TỔ HỢP, NHỊ THỨC NEWTON VÀ XÁC SUẤT

I/ ĐẠI SỐ TỔ HỢP, NHỊ THỨC NEWTON

LÝ THUYẾT CƠ BẢN

1) Quy tắc công:

Có n_1 cách chọn đối tượng A_1 .
n₂ cách chọn đối tượng A_2 .

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

⇒ Có $n_1 + n_2$ cách chọn một trong các đối tượng A_1, A_2 .

2) Quy tắc nhân:

Có n_1 cách chọn đối tượng A_1 . Ứng với mỗi cách chọn A_1 , có n_2 cách chọn đối tượng A_2 .

⇒ Có $n_1 \cdot n_2$ cách chọn dãy đối tượng A_1, A_2 .

3) Hoán vị:

– Mỗi cách sắp thứ tự n phần tử gọi là một hoán vị của n phần tử.

– Số hoán vị: $P_n = n!$.

4) Chinh hợp:

– Mỗi cách lấy ra k phần tử từ n phần tử ($0 < k \leq n$) và sắp thứ tự của chúng gọi là một chinh hợp chập k của n phần tử.

– Số các chinh hợp: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

5) Tổ hợp:

– Mỗi cách lấy ra k phần tử từ n phần tử ($0 \leq k \leq n$) gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử.

– Số các tổ hợp: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

– Hai tính chất $C_n^k = C_n^{n-k}$

$$C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$$

6) Nhị thức Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

$$= C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n$$

– Số các số hạng của khai triển bằng $n+1$

– Tổng các số mũ của a và b trong mỗi số hạng bằng n

– Các hệ số của các cặp số hạng cách đều số hạng đầu và cuối thì bằng nhau

– Số hạng tổng quát (Số hạng thứ k+1):

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$$

- Đặc biệt: $(1+x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + \dots + x^nC_n^n$

$$\Rightarrow C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$$

$(1-x)^n = C_n^0 - xC_n^1 + x^2C_n^2 + \dots + (-1)^n x^n C_n^n$

$$\Rightarrow C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^n C_n^n = 0$$

II. XÁC SUẤT

LÝ THUYẾT CƠ BẢN

1. Biến cố

- Không gian mẫu Ω : là tập các kết quả có thể xảy ra của một phép thử.
- Biến cố A: là tập các kết quả của phép thử làm xảy ra A. $A \subset \Omega$.
- Biến cố không: \emptyset
- Biến cố đối của A: $\bar{A} = \Omega \setminus A$
- Hợp hai biến cố: $A \cup B$
- Hai biến cố xung khắc: $A \cap B = \emptyset$
- Biến cố độc lập: nếu việc xảy ra biến cố này không ảnh hưởng đến việc xảy ra biến cố kia.
- Biến cố chắc chắn: Ω
- Giao hai biến cố: $A \cap B$ (hoặc A.B)

2. Xác suất

- Xác suất của biến cố: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$
- $0 \leq P(A) \leq 1; \quad P(\Omega) = 1; \quad P(\emptyset) = 0$
- Qui tắc cộng: Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
Mở rộng: A, B bất kỳ: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Qui tắc nhân: Nếu A, B độc lập thì $P(A.B) = P(A). P(B)$