

ĐỀ 1

Bài 1: Giải các phương trình:

a. $\cos^2 3x \cdot \cos 2x - \cos^2 x = 0$

b. $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos(x - \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(3x - \frac{\pi}{4}) - \frac{3}{2} = 0$

Bài 2: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $(\sqrt{x} + \frac{1}{2^n})^n$ biết

rằng: $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$

Đáp số: 5

Bài 3:

a. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10?

b. Có bao nhiêu số lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và lớn hơn 500.000

c. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và bắt đầu bởi 12.

Đáp số: a. 3024

b. 36960

c. 336

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD có AB cố định. Vẽ tam giác đều CDM (M,A,B ở cùng phía đối với CD). Tìm tập hợp các điểm D và M khi:

a. C di động trên đường thẳng cố định d

b. C di động trên đường tròn (O, R) cho trước

Đáp số:

a. Đường thẳng d_1 là ảnh của d qua $T_{\overline{BI}}$ với I định bởi tam giác đều ABI

b. Đường tròn ảnh của đường tròn (O, R) qua hai phép tịnh tiến $T_{\overline{BA}}$ và $T_{\overline{BI}}$

Bài 5: Cho tứ diện ABCD. Gọi A_1, B_1, C_1, D_1 là trọng tâm các tam giác BCD, ACD, DAB, ABC

- CMR: AA_1 và BB_1 cùng nằm trong một mặt phẳng
- Gọi I là giao điểm của AA_1 và BB_1 . CMR :

$$\frac{IA_1}{IA} = \frac{IB_1}{IB} = \frac{1}{3}$$

- CMR: AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 đồng quy.

ĐỀ 2

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a. $5\sin x - 2 = 3(1-\sin x)\tan^2 x$

b. $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$

Bài 2: Giải các phương trình:

a. $1 + \sin x + \cos 2x = 3 - 4 \cos^2 x$

b. $\sin^2 \frac{x}{2} + \sin x - 2 \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$

Dáp số:

a. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$

b. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; 2\arctan(-5) + k2\pi$

Bài 3: Một hộp đựng 4 bi đỏ, 5 bi trắng và 6 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó

- Có bao nhiêu cách chọn ra 4 viên bi không có đủ 3 màu
- Tính xác suất để 4 viên bi được chọn có 2 bi đỏ

Dáp số: a. 645

b. $\frac{22}{91}$

Bài 4:

- a. Có bao nhiêu số tự nhiên mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10?
- b. Có bao nhiêu số lẻ mỗi số gồm 6 chữ số khác nhau và lớn hơn 500.000
- c. Có bao nhiêu số tự nhiên mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau và bắt đầu bởi 12.

Đáp số: a.3024 b.36960 c.336

Bài 5: Cho hình chóp SABCD, M là điểm nằm trong tam giác SCD

- a. Tìm giao tuyến của (SBM) và (SAC)
- b. Tìm giao điểm của BM và (SAC)
- c. Tìm thiết diện của (ABM) với hình chóp.

ĐỀ 3**Bài 1:** Giải các phương trình sau:

$$a. 5(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2 \sin 2x}) = \cos 2x + 3 \quad \text{với } x \in \left(0; \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$b. (\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2})^2 + \sqrt{3} \cdot \cos x = 2$$

Bài 2: Tìm hệ số của

$$a. x^{10} \text{ trong khai triển } \left(x^2 + \frac{1}{3}\right)^{10}$$

b. x^5 trong khai triển của biểu thức :

$$P(x) = (2x+1)^4 + (2x+1)^5 + (2x+1)^6 + (2x+1)^7$$

Đáp số: a. 28/27 b. 896

Bài 3: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau đôi một, mà trong ba chữ số đó phải có chữ số 2

Đáp số: 195

Bài 4: Bộ sách ba chàng ngự lâm pháo thủ gồm 3 tập xếp chung với mươi cuốn tiểu thuyết khác trên cùng một kệ sách. Tìm xác suất để ba cuốn của bộ sách này thỏa:

- a. Phải đứng kề nhau
- b. Không cần đứng kề nhau

Dáp số: a. 0.0384 b. $\frac{6}{3! \cdot 10!}$

Bài 5: Cho tứ diện ABCD. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD, G là trung điểm MN.

- a. CMR: Đường thẳng AG đi qua trọng tâm A' của tam giác BCD. Hãy phát biểu kết luận tương tự với các đường thẳng BG, CG, DG
- b. CMR : $GA = 3 BA'$

ĐỀ 4

Bài 1: Giải các phương trình sau:

- a. $2\sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 4$
- b. $3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0$

Bài 2: Biết tổng tất cả các hệ số trong khai triển của $(x^2+1)^n = 1024$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển đó.

Dáp số: 210

Bài 3: Xác suất để làm 1 thí nghiệm thành công là 0.3. Bốn học sinh cùng làm thí nghiệm đó độc lập với nhau.

- a. Tính xác suất để bốn HS cùng làm thí nghiệm thành công
- b. Tính xác suất để có ít nhất một HS làm thí nghiệm thành công

Dáp số: a. 0.0081 b. 0.7599

Bài 4: cho $\vec{v} = (-5, 2)$, A (3, -5), d: $2x - y + 3 = 0$

- a. Tìm tọa độ điểm A' sao cho A là ảnh của A' qua $T_{\bar{v}}$
- b. Viết phương trình đường thẳng d' sao cho d là ảnh của d' qua $T_{\bar{v}}$.
- c. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C):

$$x^2 + y^2 - 3x + 2y - 5 = 0 \text{ qua } T_{\bar{v}}$$

Đáp số: a.(8,-7) b. $2x-y-9=0$ c. $x^2 + y^2 + 7x - 2y + 5 = 0$

Bài 5: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành.

Gọi M là trung điểm của SC, mp (P) qua AM và song song với BD

- a. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi (P).
- b. Gọi E,F là giao điểm của (P) với các cạnh SB,SD. Hãy tìm
tỷ số diện tích của tam giác SME với tam giác SBC, tỷ số
diện tích của tam giác SMF với tam giác SCD.
- c. Gọi K là giao điểm của ME và CB, J là giao điểm của MF
và CD. Hãy chứng minh ba điểm K, A, J nằm trên một
đường thẳng song song với EF. Tính tỷ số EF/KJ.

ĐỀ 5:

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a. $\sqrt{2} \cdot \cos(x + \frac{\pi}{4}) - \sin 2x = 1$

b. $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$

Bài 2: Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của các hàm số sau:

a. $y = 3 \sin 2x - 4$ b. $y = 2 \sin^2 x + \sin 2x$

Đáp số:

a. max $y = -3$, min $y = -7$

b. max $y = 1 + \sqrt{2}$, min $y = 1 - \sqrt{2}$

Bài 3: Tổ 1 có 7 học sinh , tổ 2 có 9 học sinh, tổ 3 có 10 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra 8 học sinh trong các trường hợp sau:

- a. Phải có học sinh hai tổ 1 và 2 và không có học sinh tổ 3
 - b. Phải có học sinh của cả 3 tổ

Dáp án: a.12861 b.1449567

Bài 4: Chon ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 50

- a. Mô tả không gian mẫu.
 - b. Gọi A là biến cố “số được chọn là số nguyên tố”. Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho A và tính xác suất của A
 - c. Tính xác suất để số được chọn nhỏ hơn 10
 - d. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

Dáp án: b.0,3 c.0,32 d.0,18

Bài 5: Cho hình chóp SABCD. Gọi M, I, J, O lần lượt là trung điểm của SD, AB, CD, IJ

- a. CMR Nếu G1, và G2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB và ABC thì G_1G_2/MJ
 - b. CMR: Tám đường thẳng mà mỗi đường thẳng đi qua trung điểm của một cạnh hình chóp và trọng tâm của tam giác tạo bởi ba đỉnh hình chóp không nằm trên cạnh nói trên đồng quy tại một điểm G
 - c. CMR: G nằm trên SO và $GS = 4 GO$.

Bài 6: Tam giác ABC có $AB > AC$. Gọi I và J là chân các đường phân giác trong và ngoài của góc A

- a. CMR: Với điểm M bất kỳ trên AI (M khác A) thì ta có :

$$MB - MC < AB - AC$$

- b. CMR: Với điểm N bất kỳ trên AJ (N khác A) thì ta có :

$$NB - NC > AB + AC$$

HD: Xét S_{AI} và S_{AJ}

ĐỀ 6

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a. $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$

b. $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$

Bài 2: Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a. $C_x^1 + C_x^2 + C_x^3 = \frac{7}{2}x$ b. $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$

c. $\frac{C_{x-1}^1}{C_{x-1}^4} > \frac{1}{28P_3}$ d. $\frac{C_{x+1}^y}{6} = \frac{C_x^{y+1}}{5} = \frac{C_x^{y-1}}{2}$

Đáp số: a. $x=4$ b. $x=7$

c. $x=5, 6, \dots, 18$ d. $x=8, y=3$

Bài 3: Xét dãy số gồm 7 chữ số có ba tính chất sau: Chữ số ở vị trí thứ 3 là số chẵn, chữ số ở cuối cùng không chia hết cho 5, chữ số ở vị trí thứ 4, thứ 5, thứ 6 đôi một khác nhau. Hỏi có bao nhiêu số như thế?

Đáp số: 2880000

Bài 4: Cho đường tròn (C1) và (C2) đồng tâm có bán kính $R_1=1$, $R_2=2$. Hãy dựng đường thẳng d cắt hai đường tròn tạo thành 3 đoạn thẳng bằng nhau

Bài 5: Cho $d: 3x - y + 7 = 0$, A(2,3), B(1,5)

a. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua d

b. Tìm phương trình của đường thẳng d_1 đối xứng với đường thẳng AB qua d

Đáp số: a. A(-4, 5) b. $x - 2y + 14 = 0$

Bài 6: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm $\triangle SAB$ và I là trung điểm của AB. Lấy điểm M trong đoạn AD sao cho $AD = 3 AM$

- a. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC)
 - b. Đường thẳng qua M và song song với AB, cắt CI tại N, chứng minh rằng NG// (SCD)
 - c. Chứng minh rằng : MG // (SCD)

ĐỀ 7

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a. $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$
 b. $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

Bài 2: Khai triển $(1+2x)^{12}$ thành dạng $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$.

$$\text{Tim max } \{a_0, a_1, a_2, \dots, a_{12}\}$$

Dáp sô: $C_{12}^8 \cdot 2^8$

Bài 3:

Bài 4: Tam giác ABC có AM và CN là các đường trung tuyến. CMR: Nếu các góc $\hat{BAM} = \hat{BCN} = 30^\circ$ thì tam giác ABC đều

HD: Xét các phép đối xứng tâm S_M và S_N

Bài 5: Cho hình chóp SABCD. Gọi I và J là hai điểm trên hai cạnh AD và SB

- a. Tìm giao tuyến của (SBI) và (SAC) và tìm giao điểm K của IJ và (SAC)
- b. Tìm giao tuyến của (SBD) và (SAC) và tìm giao điểm L của DJ và (SAC)
- c. AD cắt BC tại O, OJ cắt SC tại M. CMR: bốn điểm A, K, L, M thẳng hàng

ĐỀ 8

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a. $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x$

b. $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$

Bài 2: Một lớp có 60 sinh viên trong đó 40 sinh viên học tiếng Anh, 30 sinh viên học tiếng Pháp và 20 sinh viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Sinh viên được chọn học tiếng Anh"

B: "Sinh viên được chọn chỉ học tiếng Pháp"

C: "Sinh viên được chọn học cả tiếng Anh và tiếng Pháp"

D: "Sinh viên được chọn không học cả tiếng Anh và tiếng Pháp"

Đáp số: a. 1/3

b. 1/2

c. 5/6

d. 1/6

Bài 3:

a. Tính $S = C_5^0 - 3C_5^1 + 3^2 C_5^2 - 3^3 C_5^3 + 3^4 C_5^4 - 3^5 C_5^5$

b. Tìm n để trong khai triển của $(x+2)^n$ (Theo lũy thừa giảm dần của x, hệ số của số hạng số 10 lớn hơn hệ số của số hạng thứ 9 và hệ số của số hạng thứ 11)

Đáp số: a. -32

n=13

Bài 4: Cho $\triangle ABC$. Dựng về phía ngoài của tam giác các hình vuông $BCIJ$, $ABEF$, $ACMN$ và gọi O, P, Q lần lượt là tâm đối xứng của chúng

a. Gọi D là trung điểm AB . CMR: DOP là tam giác vuông cân đỉnh D

b. Chứng minh $AO \perp PQ$ và $AO = PQ$

Bài 5: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm di động trên cạnh SC

a. Tìm giao điểm N của SD và $mp(ABM)$

b. Gọi I là giao điểm của BM và AN . Chứng minh I nằm trên một đường thẳng cố định khi M di động trên cạnh SC

ĐỀ 9

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a. $(1 + \sin^2 x) \cdot \cos x + (1 + \cos^2 x) \cdot \sin x = 1 + \sin 2x$

b. $\sin x = \sqrt{2} \sin 5x - \cos x$

Bài 2: Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ ta lập được

a. Bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số và 4 chữ số đó khác nhau đôi một

b. Bao nhiêu số chia hết cho 5, có 3 chữ số và các chữ số đó khác nhau đôi một

c. Bao nhiêu số chia hết cho 9, có 3 chữ số và 3 chữ số đó khác nhau đôi một

Dáp số: a. 156

b. 36

c. 16

Bài 3:

a. Biết tổng các hệ số trong khai triển của $(x^2 + 1)^n$ là 1024. tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển này

b. Tìm số hạng đầu tiên và công sai của cấp số cộng (u_n) biết :

$$\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

Đáp số: a. 210

b. $u_1 = 1, d = 3$

Bài 4: Cho A (2;-3) và $\vec{v} = (1;-4)$. Tìm ảnh của điểm A qua phép dời hình trong mỗi trường hợp sau:

- Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo \vec{v} .
- Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo \vec{v} và phép đối xứng trục Ox
- Tìm ảnh của $d: x-2y+3=0$ qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo \vec{v} và phép đối xứng trục OY

Đáp số: a. (-1,1) b.(3,7) c. $x+2y+6=0$

Bài 5: Cho tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm AD, trên cạnh BC lấy điểm N bất kỳ. $Mp(P)$ chứa MN. $(P) \parallel CD$

- Tính thiết diện tạo bởi tứ diện của $mp(P)$
- Xác định vị trí của N trên cạnh BC sao cho thiết diện là hình bình hành

ĐỀ 10:

Bài 1: Giải các phương trình sau:

$$a. \frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\cos 2x} = \frac{2}{\sin 4x} \quad b. \sin x + \cos x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$$

Bài 2: Tìm 5 số hạng đầu của một cấp số cộng (u_n) biết

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 9 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 14 \end{cases}$$

Đáp số: -2,0,2,4,6 hay 10,8,6,4,2

Bài 3: Một bàn dài 2 dãy đối diện, mỗi dãy có 6 ghế. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào 2 dãy ghế đó nếu:

- Bất cứ 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hay đối diện nhau đều khác trường nhau
- Bất cứ 2 học sinh nào ngồi đối diện nhau thì khác trường nhau

Đáp số: a. 1036800

b. 33177600

Bài 4: Cho tam giác ABC có trọng tâm G, trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp O. Gọi A_1, B_1, C_1 theo thứ tự là trung điểm của BC, CA, AB. Gọi D, E, F là chân 3 đường cao và I, J, K là trung điểm của các đoạn AH, BH, CH

a. CMR: $\overrightarrow{OA_1} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AH}$

b. CMR: O, G, H thẳng hàng và $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{GH}$

c. Tìm ảnh của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC qua các phép vị tự: tâm H tỷ số $\frac{1}{2}$ và tâm G tỷ số $-\frac{1}{2}$. suy ra 9 điểm $A_1, B_1, C_1, D, E, F, I, J, K$ nằm trên một đường tròn (Gọi là đường tròn Euler)

Bài 5: Cho hình chọp SABCD có đáy ABCD là hình thang với đáy lớn AB. Gọi E là giao điểm của AD và BC, M là trung điểm AB, G là trọng tâm tam giác ECD

a. CMR: Các điểm S, E, M, G cùng thuộc một mặt phẳng và mặt phẳng này cắt cả hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) theo cùng một đường thẳng d

b. Gọi C_1 , và D_1 là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh SC, SD sao cho AD_1 cắt BC_1 tại K. CMR: các điểm S, K, E thẳng hàng và giao điểm O_1 của AC_1 với BD_1 thuộc d